XXVII JUGOSLOVENSKA KONFERENCIJA ETAN-a, S T R U G A, 6 — 10. JUNA 1983. GODINE

Mićić Živan
Stojić Radoslav
Zeljković Vladimir
Vazduhoplovnotehnički institut
11132 Žarkovo, Niška bb

RAČUNARSKI POSTUPAK ZA IZBOR PARAMETARA UPRAVLJANJA SA POVRATNOM SPREGOM

COMPUTER PROCEDURE FOR DETERMINATION OF FEEDBACK CONTROL LAW PARAMETERS

SADRŽAJ.- Za linearni multivarijabilni stacionarni sistem izložen je postupak za odredjivanje dovzoljene oblasti parametara sistema upravljanja tako da polovi sistema pripadaju unapred zadatim oblastima. Metod se zasniva na primeni numeričkog postupka za rešavanje sistema nelinearnih jednačina.

ABSTRACT.- A method is presented for determination of possible feedback control law parameters of linear multivariable time-invariant system so that closed loop poles are placed within required region.The method is based on numerical procedure for solving a nonlinear equations.

U V O D

Metodi parametarske analize stabilnosti linearnog stacionarnog sistema ranije je posvećivano dosta pažnje u literaturi /1/. Budući da nisu računarski orjentisani, s obzirom na vreme nastanka, ovi postupci nude praksi rešenje relativno uske klase problema kao što je odredjivanje oblasti zadatog vremena smirenja ili relativnog faktora prigušenja za linearne koeficijente karakterističnog polinoma po podešljivim parametrima.

Znatno veća dostupnost računara i numeričkog softvera otvorila je nove mogućnosti primeni metode parametarske analize, tako da ona ponovo privlači pažnju /2/.

U radu je izložen postupak kojim se oblasti proizvoljnog oblika iz kompleksne ravni preslikavaju u prostor parametara upravljanja sa povratnom spregom primenom numeričkih metoda. Oblik zavisnosti koeficijenata karakteristične jednačine od podešljivih parametara je opšti, tako da je omogućeno rešenje široke klase praktičnih problema.

./...

POSTAVKA PROBLEMA

Neka je dat sistem

$$\dot{x} = Ax + Bu \qquad x \in R^{n_x},\ u \in R^{n_u}$$
$$y = Cx \qquad y \in R^{n_y} \tag{1}$$

sa zakonom upravljanja

$$u = -Fy \tag{2}$$

pri čemu je matrica F jednoznačna funkcija vektora parametara $k \in R^{n_k}$

$$F = F(k) \tag{3}$$

Za svako k iz R^{n_k} jednoznačno je odredjen skup polova $\{s_i\}_{i=1}^{n_k}$ sistema (1) sa zatvorenom spregom (2), tj. definisana je funkcija

$$\chi : R^{n_k} \rightarrow \{\{s_i\}\}_{i=1}^{n_k} \tag{4}$$

Neka je $n_k \leqslant n_x$ i neka je zavisnost (3) takva da je preslikavanje (4) ranga n_k.

Postavlja se sledeći zadatak. Date su jednostruko povezane oblasti $D_1, D_2, \ldots, D_{n_k}$ kompleksne ravni. Potrebno je odrediti sve vrednosti vektora k koje zadovoljavaju uslov da n_k polova sistema sa zatvorenom spregom pripada zadatim oblastima tj.

$$s_i \in D_i \qquad \text{za } i = 1,2,\ldots,n_k$$

ODREDJIVANJE DOZVOLJENE OBLASTI PARAMETARA

Da bi zadatak imao rešenja potrebno je da skup

$$D = \bigcup_{i=1}^{n_k} D_i \tag{5}$$

bude simetričan u odnosu na realnu osu, tj. da važi

$$s \in D \Longrightarrow \bar{s} \in D \tag{6}$$

Prema postavci, potrebno je dakle, odrediti oblast $D_k \in R^{n_k}$ koju funkcija χ preslikava u D tj.

$$D_k = \chi^{-1}(D) \tag{7}$$

Da se odredi funkcija χ, polazi se od karakterističnog polinoma sistema (1) i (2)

$$P(s,k) = \det(sI - A + B\,F(k)\,C) \tag{8}$$

./...

Relacijom

$$P(s,k) = 0 \tag{9}$$

svakom $k \in R^{n_k}$ pridružuje se skup polova sistema sa zatvorenom spregom, tj. implicitno je definisana funkcija χ. No, za zadate polove $s_1 \in D_1, \ldots, s_{n_k} \in D_{n_k}$, vektor $k \in D_k$ ako i samo ako (po definiciji D_k) važi

$$P(s_i, k) = 0, \qquad i = 1,2,\ldots,n_k \tag{10}$$

Sistem kompleksnih nelinearnih jednačina (10) se može svesti na sistem realnih jednačina. Neka je medju zadatim polovima r realno a 2m konjugovano kompleksno, $r + 2m = n_k$. Iz razmatranja se mogu ispustiti svi polovi sa negativnim imaginarnim delovima, pa se dobija sistem

$$\begin{aligned} P(s_i, k) &= 0 & i&=1,2,\ldots,r \\ R_eP(s_{r+j}, k) &= 0 & j&=1,2,\ldots,m \\ ImP(s_{r+j}, k) &= 0 & j&=1,2,\ldots,m \end{aligned} \tag{11}$$

Uvodeći vektor $S = (s_1, s_2, \ldots, Res_{r+1}. Ims_{r+1}, \ldots, Res_{r+m}, Ims_{r+m})$ sistem (11) se može predstaviti u obliku:

$$f(S, k) = 0 \tag{12}$$

čime je u implicitnom obliku definisana funkcija χ^{-1}.

Preslikavanje oblasti D u D_k (tačnije granice oblasti D u granicu D_k) u opštem slučaju je moguće realizovati numerički.

Granice oblasti D_i se diskretizuju sa usvojenim korakom i dobijaju konačni skupovi

$$S_i = \left\{s_i^j\right\}_{j=1}^{N} \qquad i = 1,2,\ldots,n_k \tag{13}$$

tako da vektor $S \in S_D$, gde je

$$S_D = S_1 \times S_2 \times \ldots \times S_{n_k} \tag{14}$$

Neka je S_D uredjen skup.
Za preslikavanje skupa S_D u prostor parametara R^{n_k} predlaže se sledeći algoritam:

1) staviti $\ell = 1$, $S = S(1)$, $k = k_o$

   gde je k_o početna vrednost parametara k.

2) Numerički aproksimirati jakobijan funkcije f

$$J_o = \partial f / \partial k \, (S(1), k_o)$$

3) Rešiti sistem

$$f(S(\ell), k) = 0$$

   kvazi-Njutnovom metodom /3/ tako da se dobije rešenje

$$K_\ell \in D_k$$

   i jakobijan

./...

$$J_\ell = \partial f / \partial k(S(\ell), k_\ell)$$

4) Ako je $S(\ell)$ poslednja tačka iz S_D proces je završen. U protivnom staviti:

$$\ell = \ell + 1$$
$$J_O = J_\ell$$
$$k_O = k(\ell)$$

ići na korak 3.

Konvergencija datog algoritma je obezbedjena ako su dve susedne tačke S_ℓ i $S_{\ell+1}$ na S_D dovoljno bliske. Naime, zbog neprekidnosti funkcije $f(s,k)$ po oba argumenta biće neprekidna i funkcija χ^{-1}, čime se obezbedjuje bliskost tačaka k_ℓ i $k_{\ell+1}$. Izborom gušćeg broja tačaka može se znatno smanjiti potreban broj iteracija za rešavanje sistema nelinearnih jednačina.

Algoritam je realizovan u FORTRAN-u i implementiran na računaru DEC VAX-11/780. Za rešavanje sistema nelinearnih jednačina iskorišćen je standardni potprogram QNWT iz /3/. Korišćen je pri projektovanju sistema upravljanja letom, i pri izboru robusnih zakona upravljanja /4/.

PRIMER

Primena opisanog postupka ilustrovana je stabilizacijom uzdužnog kretanja statički nestabilnog aviona.

Kompletni linearizovani model uzdužnog kretanja hipotetičkog aviona za visinu leta h = 6000 m i Mahov broj M=0.8 dat je matricama

A						B
-0.1778E-01	-11.01	0.	-9.810	0.2494E-03	0.	0.
-0.2988E-03	[illegible]	[illegible]	-0.9814E-04	0.4201E-05	[illegible]	-0.353
0.1548E-03	-9.40	[illegible]	[illegible]	-0.2194E-05	0.	-29.70
0.	[illegible]	1.000	0.	0.	0.	0.
0.	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.	0.	[illegible]
1.000	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

pri čemu je vektor stanja:

$$x = [\, V \;\alpha\; q \;\theta\; h \; x \,]^T$$

Postavljeni su zahtevi da kratkoperiodično kretanje (kome odgovaraju polovi (s_1 = -6,24, s_2 = 12,4) ima prirodnu učestanost i koeficijent relativnog prigušenja u granicama

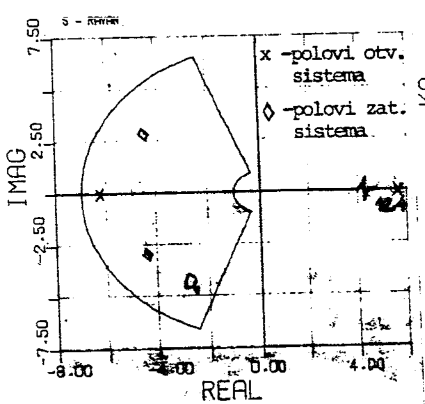
$$1 \text{ rad/s} \leq \omega_n \leq 7 \text{ rad/s}; \quad 0{,}35 \leq \zeta \leq 1$$

Sledi da odgovarajući polovi treba da pripadaju oblasti D_1 (sl.1).

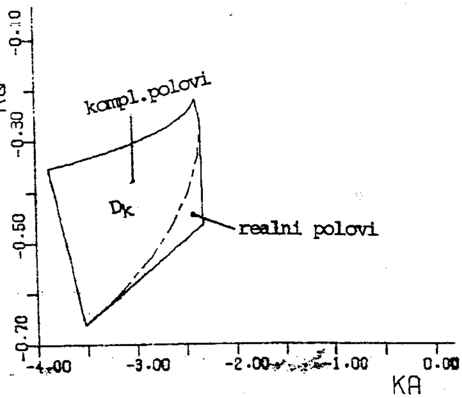
Usvaja se matrica pojačanja u povratnoj sprezi

$$K = [0 \quad k_a \quad k_q \quad 0 \quad 0 \quad 0]$$

Primenom razvijenog programa dobijena je oblast D_K dozvoljenih vrednosti parametara ka i k_q (sl.2).



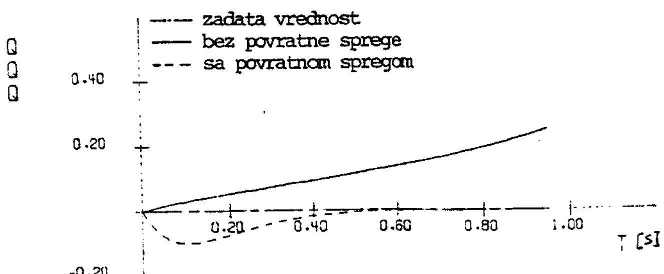
Sl.1



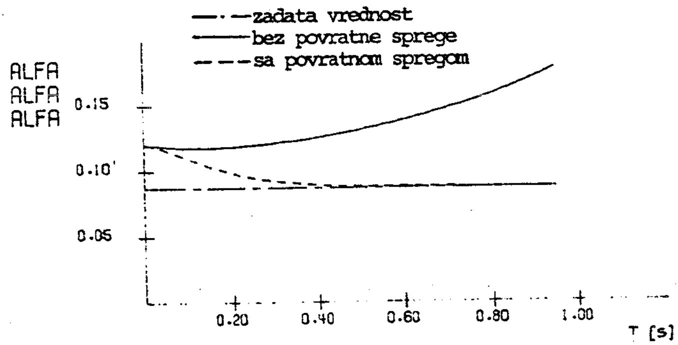
Sl.2

Za usvojenu vrednost k_a = -3 i k_q = -0,5 polovi sistema su prikazani na sl.1.

Radi provere rezultata izvršena je simulacija na kompletnom nelinearnom modelu aviona sl.3 i sl.4.



Sl.3



Sl.4

ZAKLJUČAK

Računarski orijentisana formulacija zadatka parametarske analize sistema i primena razvijenih numeričkih metoda proširila je u velikoj meri klasu rešivih inženjerskih problema. Omogućeno je preslikavanje kontura proizvoljnog oblika u s ravni, i razmatranje više od dva podešljiva parametra. Primena postupka je od posebnog interesa kod sistema sa velikim brojem promenljivih parametara od kojih treba usvojiti kompromisne ili optimalne vrednosti.

LITERATURA

/1/ Šiljak D.D.,
Nonlinear Systems, The Parameter Analysis and Design
J.Wiley, New York, 1969.

/2/ Ackermann J.,
"A Robust Control System Design"
Tech.Report No AFOSR-TR-0743, Univ. of Illinois,
Coordinated Science Laboratory Urbana, Illinois,1979.

/3/
Math Science Library, Volume 8, Non-Linear Equation Solvers,
Control Data Corporation, Sunnyvale, California, 1971.

/4/ Zeljković V., Stojić R., Mićić Ž.
"Jedan način ocene robusnosti zakona upravljanja avionom"
/u štampi/