

B. Zupančič, F. Bremšak, V. Božič
Fakulteta za elektrotehniko,
Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani

REGULACIJSKI ALGORITMI ZA VODENJE NAKLJUČNO
MOTENIH PROCESOV

CONTROL ALGORITHMS FOR STOCHASTIC DISTURBANCES

V članku obravnavamo regulacijske algoritme, ki se najpogosteje uporabljajo pri regulaciji naključno motenih procesov, to so minimalno variančni in parametrsko optimalni PID regulatorji. Opisali smo osnovne principe načrtovanja. Omenjena regulatorja smo testirali na treh različnih procesih z ozirom na varianco reguliranega signala in porabo krmilne veličine. Podali smo tudi časovne poteke karakterističnih veličin v regulacijskem sistemu.

ABSTRACT - The paper deals with usually used control algorithms for stochastic disturbances, minimum variance controllers and parameter optimized PID controllers. The design principles are described in the first part. Both controllers are tested on three different processes with respect to the variance of control signal and the manipulating effort. The characteristic signals in the control system are also shown.

1. UVOD

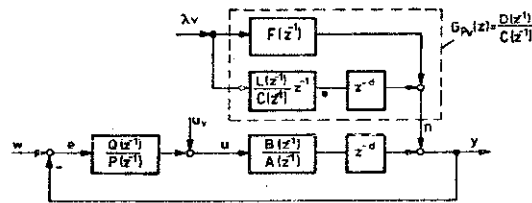
Sodobni principi regulacije zahtevajo vključevanje motenj v načrtovalne postopke. Motnje so ponavadi naključne narave, ker njihovega časovnega poteka ne moremo določiti. Za regulacijo procesov v prisotnosti naključnih motenj se največ uporabljajo minimalno-variančni in parametrsko optimalni proporcionalno - integrirno - diferencirni regulatorji.

Prvi del kratko opisuje princip načrtovanja obeh tipov regulatorjev. Temu sledijo rezultati simulacije na procesnem računalniku PDP 11/34. Uporabili smo tri testne procese, ki vključujejo tudi regulacijsko neugodne lastnosti kot so mrtvi čas in neminimalna faza.

2. MINIMALNO VARIANČNI REGULATOR

Slika 1 prikazuje regulacijski sistem, v katerem nastopajo naključne motnje. Minimalno variančni regulator ponavadi načrtamo

tako, da minimizira varianco regulirane veličine. Vendar pa v tem primeru lahko pride do prevelikih amplitud krmilne veličine. Zato



Slika 1. Regulacijski sistem v katerem nastopajo naključne motnje splošna oblika kriterija ovrednoti tudi krmilno veličino. Iščemo torej minimum kriterija

$$E[y^2(k+d+1) + r u^2(k)] , \tag{1}$$

kjer je d mrtvi čas procesa.

Diskretna prenosna funkcija procesa ima obliko

$$G_P(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} = \frac{b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{1 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}} z^{-d}, \tag{2}$$

v(k) pa je beli šum s karakteristikami

$$E[v(k) \cdot v(k+n)] = \begin{cases} 1 & \text{za } n = 0 \\ 0 & \text{za } n \neq 0 \end{cases} \tag{3}$$

$$E[v(k)] = \bar{v} = 0.$$

Za šum, ki vpliva na regulirano veličino, pa predpostavimo, da nastane iz belega šuma preko filtra

$$G_{Pv}(z) = \frac{\lambda D(z^{-1})}{C(z^{-1})} = \frac{\lambda(1 + d_1 z^{-1} + \dots + d_m z^{-m})}{1 + c_1 z^{-1} + \dots + c_m z^{-m}} . \tag{4}$$

Za procese brez zakasnitev dobimo z optimizacijo enačbe (1) prenosno funkcijo regulatorja [1]

$$G_{R1} = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{Q(z)}{P(z)} = \frac{A(z^{-1})[D(z^{-1}) - C(z^{-1})] \cdot z}{zB(z^{-1})C(z^{-1}) + \frac{r}{b_1} A(z^{-1})D(z^{-1})} . \tag{5}$$

Števec regulatorja ima stopnjo 2m-1, imenovalec pa stopnjo 2m. Če lahko pri modeliranju šuma uporabimo enačbo $C(z^{-1}) = A(z^{-1})$, potem se enačba poenostavi v izraz

$$G_{R2} = \frac{[D(z^{-1}) - A(z^{-1})] \cdot z}{zB(z^{-1}) + \frac{r}{b_1} D(z^{-1})} . \tag{6}$$

Na ta način dvakrat zmanjšamo red regulatorja.

Regulator G_{R1} krajša pole procesa, zato ni uporaben za nestabilne procese in za procese, katerih poli ležijo blizu enotnega kroga. Te omejitve regulator G_{R2} nima.

Enačba regulatorja se tudi poenostavi, če v optimizacijskem kriteriju ne ovrednotimo krmilnega signala ($r = 0$). V tem primeru regulator krajša ničle procesa. Zato ni primeren za procese z neminimalno fazo.

Stabilnost regulacijskega sistema z minimalno variančnim regulatorjem pa je razvidna iz karakteristične enačbe

$$\left[\frac{r}{B_1} A(z) + z B(z) \right] D(z) = 0. \quad (7)$$

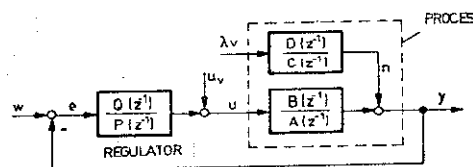
Ničle šumnega filtra $D(z)$ morajo torej vedno ležati znotraj enotnega kroga v z ravnini. V primeru, ko velja $r = 0$, morajo ničle procesa ležati znotraj enotnega kroga.

Če izpeljemo dinamični regulacijski faktor $R(z) = Y(z)/N(z)$, dobimo v primeru $r = 0$

$$R(z) = \frac{C(z)}{D(z)}, \quad (8)$$

torej je prenosna funkcija dinamičnega regulacijskega faktorja obratna prenosni funkciji šumnega modela. V tem primeru dobimo na izhodu procesa beli šum z varianco λ^2 kot posledico obarvanega šuma $n(k)$. To je tudi najnižja možna varianca, ki jo dosežemo z minimalno variančnim regulatorjem. Če povečujemo vrednost parametra r v optimizacijskem kriteriju, se večja varianca šuma na izhodu, šum pa postaja vedno bolj obarvan.

Minimalno variančni regulator za procese z mrtvim časom izračunamo s pomočjo slike 2. Šumni filter razdelimo v dva dela. Prvi del krmilna spremenljivka $u(k)$ ne izregulira. Na drugi del, ki je podan s prenosno funkcijo $z^{-(1+d)} L(z^{-1})/C(z^{-1})$, pa krmilna spremenljivka $u(k)$ lahko vpliva.



Slika 2. Regulacija z minimalno variančnim regulatorjem pri procesu z mrtvim časom

Polinoma $F(z^{-1})$ in $L(z^{-1})$ dobimo iz pogoja

$$\lambda \left[F(z^{-1}) + \frac{L(z^{-1})}{C(z^{-1})} z^{-(d+1)} \right] = \lambda \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} . \quad (9)$$

Z optimizacijo po enačbi (1) dobimo prenosno funkcijo regulatorja

$$G_{R1d} = \frac{A(z^{-1}) L(z^{-1})}{zB(z^{-1})C(z^{-1})F(z^{-1}) + \frac{r}{b_1} A(z^{-1}) D(z^{-1})} , \quad (10)$$

oziroma v primeru $C(z^{-1}) = A(z^{-1})$

$$G_{R2d} = \frac{L(z^{-1})}{zB(z^{-1})F(z^{-1}) + \frac{r}{b_1} D(z^{-1})} . \quad (11)$$

Glede krajšanja polov in ničel ter glede stabilnosti veljajo podobni zaključki, kot pri regulaciji procesov brez mrtvega časa.

Minimalno možno varianco regulirane veličine kot posledico motnje $n(k)$ dobimo pri $r = 0$

$$E[y^2(k)] = (1 + f_1^2 + \dots + f_d^2) \lambda^2 . \quad (12)$$

Čim večji je mrtvi čas procesa, večja je varianca regulirane veličine.

Pri konstantnih referenčnih ali motilnih signalih ima opisani regulacijski sistem pogrešek v stacionarnem stanju pri proporcionalno delujočih procesih, saj regulator nima integralskega dela. V tem primeru lahko postopamo tako, da regulatorju kaskadno dodamo blagi integralski del

$$G_{PI} = \frac{1 - (1-\alpha)z^{-1}}{1-z^{-1}} \quad 0 < \alpha \leq 1 . \quad (13)$$

3. PARAMETRSKO OPTIMALNI PROPORCIONALNO-INTEGRIRNO-DIFERENCIIRNI REGULATORJI

Za primerjavo z minimalno variančnim regulatorjem smo uporabili tudi PID diskretni regulator s prenosno funkcijo

$$G_{PID}(z) = \frac{q_0 + q_1 z^{-1} + q_2 z^{-2}}{1-z^{-1}} . \quad (14)$$

S konjugirano gradientno optimizacijsko metodo smo pri določenem šumnem signalu minimizirali kriterijsko funkcijo

$$F = \sum_{k=0}^N \left\{ e^2(k) + r [u(k) - u_{\infty}]^2 \right\} \quad (15)$$

Regulatorje smo optimirali za tri različne primere:

- glede na naključno motnjo
- glede na stopničast referenčni signal
- glede na oba signala hkrati.

4. REZULTATI SIMULACIJE

Na procesnem računalniku PDP 11/34 smo razvili programsko opremo za računalniško načrtovanje vseh možnih tipov minimalno variančnih in proporcionalno-integrirno-diferencirnih regulatorjev. Regulaijske sisteme z načrtanimi regulatorji in različnimi procesi smo simulirali na digitalnem računalniku, pa tudi na hibridni način, t.j. s simuliranim procesom na analognem računalniku EAI 580 in s celotno regulacijo na procesnem računalniku.

Uporabili smo tri testne procese

$$G_Q(s) = \frac{1}{(1+7.5s)(1+5s)}$$

$$G_R(s) = \frac{1+2s}{(1+10s)(1+7s)(1+3s)} e^{-4s}$$

$$G_P(s) = \frac{1-4s}{(1+4s)(1+10s)}$$

Šumni filter pa je v vseh primerih imel obliko

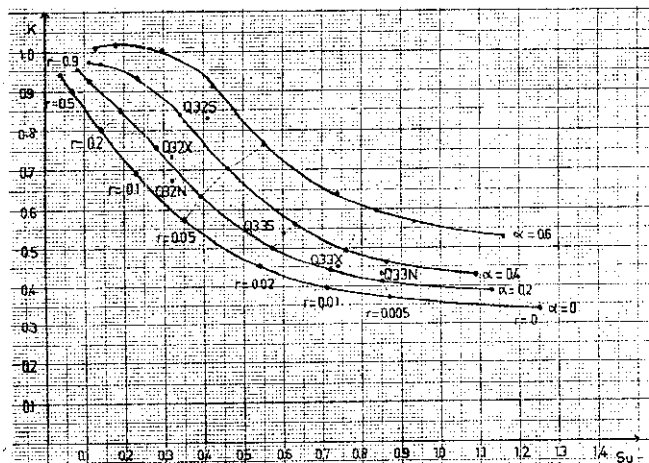
$$G_{PV}(z) = \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} = \frac{1+0.5z^{-1}+0.25z^{-2}}{A(z^{-1})}$$

Čas vzorčenja je bil $T_0 = 4s$, standardna deviacija šuma pa $\lambda = 0.1$. Za kriterij kvaliete regulacije smo izbrali srednjo kvadratično vrednost krmilne veličine S_u in naključni regulacijski faktor k

$$S_u = \sqrt{u^2(k)} \quad , \quad k = \sqrt{\frac{y^2(k)}{n^2(k)}} \quad .$$

Slika 3 prikazuje vrednost naključnega regulacijskega faktorja k v odvisnosti od srednje kvadratične vrednosti krmilne veličine S_u pri procesu G_Q . Najmanjši k dobimo pri minimalno variančnih regulatorjih za $r = 0$ in $\alpha = 0$. Večji r povzroči manjši S_u in večji k , večji α pa v glavnem vpliva na povečanje k in S_u . PID regulatorji pa so označeni na naslednji način:

Q - proces Q, 3-trije parametri, 3 ali 2-tro ali dvoparametrška optimizacija (en parameter izberemo), N, X ali S - optimizacija pri naključni motnji, pri stopničasti referenci in naključni motnji, pri stopničasti referenci. Najboljše rezultate nam da troparametrška optimizacija. Najmanjši k seveda dobimo pri regulatorju, ki je optimiran glede na naključno motnjo (Q 33N).

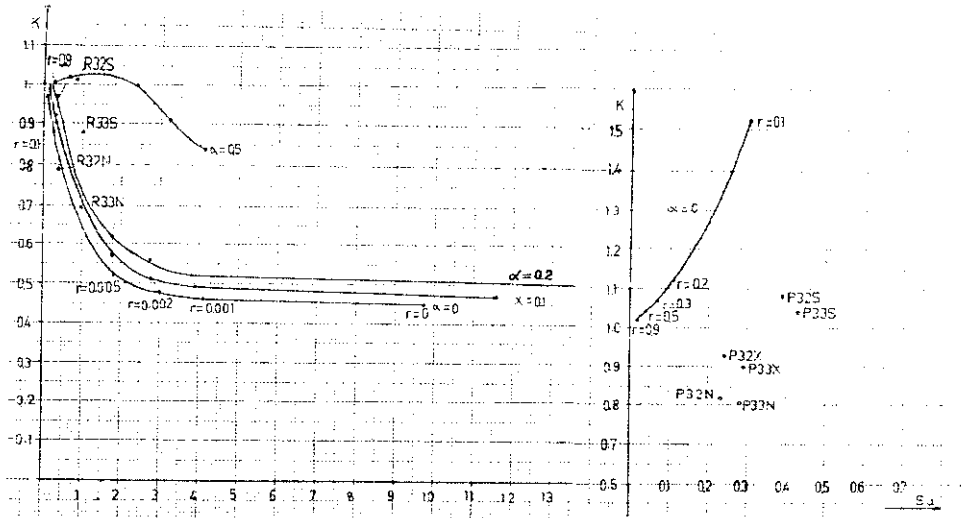


Slika 3. Potek naključnega regulacijskega faktorja k v odvisnosti od S_u pri procesu G_Q

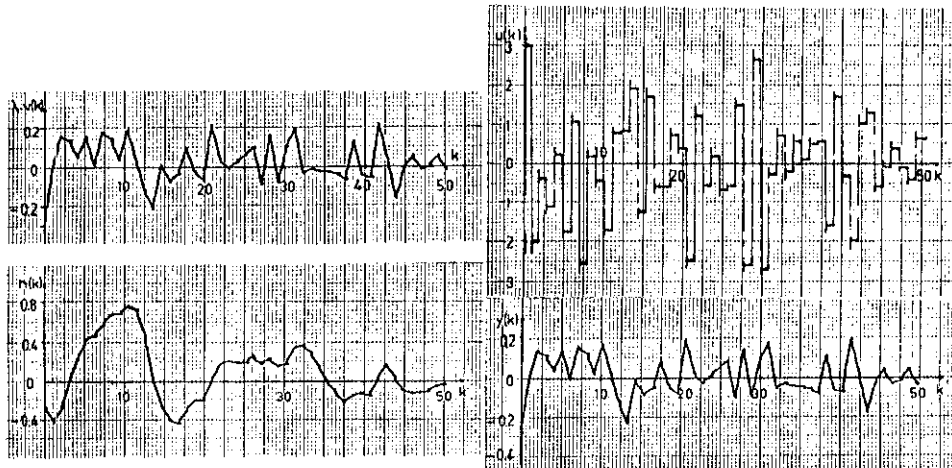
Slika 4 prikazuje enak diagram za procesa G_R in G_P . V primeru procesa G_R , ko imamo dodatne zakasnitve, r in a še bolj vplivata na k in S_u . Faktor $r > 0.05$ precej poveča k in zato tak regulator ni priporočljiv. Tudi $a > 0.3$ ni priporočljivo uporabljati. Od PID regulatorjev sta ponovno najboljša regulatorja, ki smo jih dobili z optimizacijo pri naključnem motilnem signalu.

Za regulacijo je posebno neugoden proces z neminimalno fazo G_P . V tem primeru dobimo stabilno regulacijo z minimalno variančnim regulatorjem pri $r > 0.1$, dodatni integralski del pa nas skoraj vedno vodi v nestabilno delovanje. Uporaba PID regulatorjev daje v teh primerih dosti boljše rezultate. Zlasti sta primerna regulatorja P 33N in P 32N.

Slika 6 prikazuje vse karakteristične signale v regulacijskem sistemu pri regulaciji procesa Q z minimalno variančnim regulatorjem ($r = 0$, $a = 0$). Dosegli smo minimalno možno varianco izhodnega signala $\lambda^2(y(k) = v(k))$.



Slika 4. Potek naključnega regulacijskega faktorja k v odvisnosti od S_u pri procesu G_R in G_P



Slika 5. Karakteristični signali v regulacijskem sistemu

ZAKLJUČEK

Obširna primerjava med PID in minimalno variančnim regulatorjem nam pove, da nam pri naključnih motilnih signalih daje minimalno variančni regulator običajno boljše rezultate glede na naključni regulacijski faktor in porabo krmilne veličine. Le pri procesih z neminimalno fazo so PID regulacijski algoritmi dosti učinkovitejši. Z izbiro parametrov α in r lahko v večini primerov najdemo kompromis med varianco reguliranega signala in porabo krmilne veličine.

Načrtovalni postopek je za obe vrsti precej različen. Medtem, ko za minimalno variančni regulator potrebujemo zelo kratek računalniški čas, saj izračunamo parametre direktno iz parametrov procesa in šumnega modela (potrebna poprejšnja identifikacija), pa potrebujemo za načrtovanje PID regulatorja dolgotrajni optimizacijski postopek. Z interaktivnim pristopom (spreminjanje tolerance kriterijske funkcije in norme gradienta med optimizacijo) smo uspeli precej skrajšati dolgotrajni optimizacijski postopek. Vendar pa je PID regulacijski algoritem nekoliko bolj primeren za sprotno vodenje hitrejših procesov, saj zahteva nekoliko krajši čas računanja.

LITERATURA

- [1] Isermann R., Digital Control Systems, Berlin, Springer-Verlag, 1981
 - [2] Åström K.J., Introduction to Stochastic Control Theory, New York, Academic Press, 1970
 - [3] Jazwinski A.H., Stochastic Processes and Filtering Theory, New York, Academic Press 1970
 - [4] Matko D., Zupančič B., Računalniški sistemi v vodenju procesov, Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana, 1981
 - [5] Zupančič B., Magistrsko delo, Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana, 1979
 - [6] Božič V., Diplomsko delo, Univerza Edvarda Kardelja v Ljubljani, Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana, 1981
-