

M.V.Mataušek  
I.Žmijarević

REFERAT

Institut za nuklearne nauke "Boris Kidrič" - Vinča  
OOUR Institut za nuklearnu energetiku i tehničku fiziku "NET"

SPLET - PROGRAM ZA ODREĐJIVANJE PROSTORNO-LETARGIJSKE  
RASPODELE EPITERMALNIH NEUTRONA U ĆELIJI REAKTORSKE REŠETKE

SPLET - A PROGRAM FOR CALCULATING THE SPACE-LETHERGY  
DISTRIBUTION OF EPITHERMAL NEUTRONS IN A REACTOR LATTICE CELL

SAĐRŽAJ - Postupak rešavanja prostorno-ugaono-letargijski zavisne jednačine transporta epitermalnih neutrona u cilindrizovanoj ćeliji reaktorske rešetke razvijen je i predložen u ranijim radovima. Ovde je rezimiran računski algoritam i opisan je program SPLET koji računa prostorno-letargijsku raspodelu ugaonih momenata neutronskega fluksa, kao i odgovarajuće integralne veličine kao što su iznosi reakcija datog tipa i rezonantni integrali.

ABSTRACT - A procedure to solve the space-angle-lethargy dependent transport equation for epithermal neutrons in a cylindrical multiregion reactor lattice cell has been developed and proposed in the earlier papers. Here, the computational algorithm is comprised and the computing program SPLET, which calculates the space - lethargy distribution of the spherical harmonics neutron flux moments, as well as the related integral quantities as reaction rates and resonance integrals, is described.

## 1. UVOD

Postupak određivanja detaljne prostorno-letargijske raspodele epitermalnih neutrona u cilindrizovanoj više $z_{0n}$ ojoj ćeliji rešetke reaktora predložen je i razvijen u ranijim radovima /1,2/. Problem usporavanja neutrona formulisan je u vidu prostorno-ugaono-letargijski zavisne integro-diferencijalne Boltzmanove jednačine, a anizotropija neutronskega fluksa je tretirana u P-3 aproksimaciji metode sfernih harmonika /3/. Šest postojećih, u posmatranoj geometriji, momenata neutronskega fluksa smatrani su komponent-

tama vektorske funkcije fluksa koja zadovoljava matričnu integro-diferencijalnu jednačinu šestog reda, po prostornoj i letargijskoj promenljivoj.

Da bi se rešila ova jednačina, uz odgovarajuće granične i početne uslove, prvo je integral po letargiji aproksimiran svojim konačno-diferencnim oblikom. Na taj način dobijen je sistem običnih matričnih diferencijalnih jednačina po prostornoj koordinati, sa koeficijentima koji zavise od prostorne koordinate i letargije. Aproksimirajući na podesan način desnu stranu ovih jednačina, izvedeno je zatim aproksimativno analitičko rešenje za prostornu zavisnost vektora fluksa u posmatranoj letargijskoj tački. Takođe su izvedene rekurentne relacije za vektor fluksa u uzastopnim letargijskim tačkama. Postupak je numerički ispitan i dokazan u radu /2/. Kasnije je postupak dopunjen i proširen /4/. Izvedene su rekurentne relacije za faktore koji rezultuju iz numeričkog tretmana integrala po letargiji, i to posebno za brzu a posebno za rezonantnu oblast. Sprovedena je kondenzovana matrična formulacija algoritma. Takođe je predložen efikasan postupak rešavanja sistema algebarskih jednačina, kojima se iskazuju granični uslovi po prostornoj koordinati. Ovaj postupak bazira na podesnom razbijanju matrice koeficijentata na blokove.

U ovom radu sumiran je računski algoritam i opisan je program SPLET /5/, koji računa prostorno-letargijsku raspodelu ugaonih momenata neutronskog fluksa, kao i odgovarajuće integralne veličine - iznose reakcija datog tipa, grupne vrednosti efikasnih preseka i rezonantne integrale.

## 2. REZIME RAČUNSKOG ALGORITMA

Neka je data cilindrizovana ćelija reaktorske rešetke, sačinjena od  $P$  ( $p=1,2,\dots,P$ ) materijalnih zona, spoljašnjeg radijusa  $r_p$  ( $r_0=0, r_p=R$ ). Pretpostavimo da je svaka materijalna zona podeljena na  $Q_p$  podzona spoljašnjeg radijusa  $r_{q_p}$  ( $q_p=1,2,\dots,Q_p; r_{Q_p}=r_p$ ). Pretpostavimo zatim da je posmatrani interval letargije ( $u_{\min}, u_{\max}$ ) podeljen na veliki broj,  $N$ , podjednako udaljenih letargijskih tačaka  $u_n$ . Aproksimativno analitičko rešenje za vektor čiji su elementi prostorno i letargijski zavisni momenti neutronskog fluksa je:

$$\underline{F}_{n,q_p}^j(r) = \underline{F}_{q_p}^j(r, u_n) = \underline{\theta}_{n,p}(r) \underline{x}_{n,q_p}^j + \underline{E} \gamma_{n,q_p}^j / \underline{E}_{0,n,p}$$

za  $r_{q_p-1} \leq r \leq r_{q_p}$ ,  $q_p = 1, 2, \dots, Q_p$ ,  $p = 1, 2, \dots, P$  i

$$n = 1, 2, \dots, N; \quad \underline{E} = (1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0)^T. \quad (1)$$

Ovde  $j$  označava korak iteracije, jer se u opštem slučaju kada posmatrani letargijski opseg obuhvata i brzu i rezonantnu oblast problem mora rešavati iterativno. Matrice  $\underline{\theta}_{n,p}(r)$  zavise od nuklearnih karakteristika zone  $p$  i imaju sledeći oblik

$$\underline{\theta}_{n,1}(r) = (\underline{\alpha}_{n,1}^1 \quad \underline{\alpha}_{n,1}^2 \quad \underline{\alpha}_{n,1}^3), \quad (2)$$

$$\underline{\theta}_{n,p}(r) = (\underline{\alpha}_{n,p}^1 \quad \underline{\alpha}_{n,p}^2 \quad \underline{\alpha}_{n,p}^3 \quad \underline{\beta}_{n,p}^1 \quad \underline{\beta}_{n,p}^2 \quad \underline{\beta}_{n,p}^3),$$

$$p = 2, 3, \dots, P, \quad (3)$$

gde su  $\underline{\alpha}_{n,p}^k$  i  $\underline{\beta}_{n,p}^k$  vektori kolone šestog reda.

Veličina  $\gamma_{n,p}^j$  je vrednost integrala po letargiji i spoljašnjeg izvora neutrona izračunata u iteracionom koraku  $j$ , letargijskoj tački  $u_n$  i podzoni  $q_p$ :

$$\gamma_{n,q_p}^j = \gamma_{se,n,q_p}^j + \gamma_{si,n,q_p}^j + \gamma_{f,n,q_p}^j + \bar{S}_{n,q_p} \quad (4)$$

gde su  $\gamma_{se,n,q_p}$ ,  $\gamma_{si,n,q_p}$  i  $\gamma_{f,n,q_p}$  srednji prinosi neutrona letargije  $u_n$  u podzoni  $q_p$  od  $p$  elastičnog rasejanja, neelastičnog rasejanja i fisije, respektivno, a  $\bar{S}_{n,q_p}$  je spoljašnji izvor neutrona letargije  $u_n$  usrednjen po zapremini podzone  $q_p$ . Detaljni izrazi za veličine  $\underline{\theta}_{n,p}$ , jedn. (2) i (3),  $\gamma_{n,q_p}^j$ , jedn. (4), i efektivni efikasni presek  $\underline{E}_{0,n,p}$ , jedn. (1), dati su<sup>p</sup> u radu /4/.

U jedn. (1),  $\underline{x}_{n,q_p}^j$  je vektor čiji su elementi nepoznate integracione konstante. Da bi se odredila prostorno-letargijska raspodela vektora momenata neutronskog fluksa,  $\underline{F}(r, u)$ , nepoznate integracione konstante treba odrediti rešavanjem sistema od  $6Q-3$  algebarske jednačine ( $Q = \sum_p Q_p$ ) kojima su iskazani uslovi kontinuiteta momenata fluksa na graničama između podzona i granični uslovi, i to za svaku letargijsku tačku  $u_n$  i u svakom koraku  $j$  iteracionog

postupka, ukoliko se problem mora rešavati iterativno. Uslov kontinuiteta momenata neutronskog fluksa na granicama između zona i podzona daje 6Q-6 algebarskih jednačina:

$$\theta_{-n,q_p}(r_{q_p}) X_{n,q_p}^j + E \frac{Y_{n,q_p}^j}{\Sigma_{0,n,q_p}} = \theta_{-n,q_{p+1}}(r_{q_p}) X_{n,q_{p+1}}^j + E \frac{Y_{n,q_{p+1}}^j}{\Sigma_{0,n,q_{p+1}}}$$

$$\text{za } q_p = 1, 2, \dots, Q_p, \quad p = 1, 2, \dots, P-1 \quad \text{i} \quad q_p = 1, 2, \dots, Q_p-1. \quad (5)$$

Na efektivnoj granici reaktorske ćelije, tj. za  $r=r_{Q_p} = r_p = R$  uslov da gradijent skalarnog neutronskog fluksa i neutronska struja postaju jednaki nuli daje još 3 algebarske jednačine:

$$\underline{n} X_{-n,Q_p}^j = 0, \quad (6)$$

gde je  $\underline{n}$  matrica reda (3x6) za čije elemente su detaljni izrazi dati u radu /4/. Iz sistema jednačina (5)-(6) sledi:

$$X_{-n,1}^j = \sum_{q=1}^{Q-1} \left( \frac{Y_{n,q+1}^j}{\Sigma_{0,n,q+1}} - \frac{Y_{n,q}^j}{\Sigma_{0,n,q}} \right) \xi_{-n,q} \quad (7)$$

$$X_{-n,q}^j = \psi_{-n,q-1} X_{-n,q-1}^j - \left( \frac{Y_{n,q}}{\Sigma_{0,n,q}} - \frac{Y_{n,q-1}^j}{\Sigma_{0,n,q-1}} \right) \xi_{-n,q}, \quad (8)$$

$$q = 2, 3, \dots, Q,$$

gde je q opšta oznaka za zonu ili podzonu.

Ovde je

$$\xi_{-n,q} = [\theta_{-n,q}(r_{q-1})]^{-1} E, \quad q = 2, 3, \dots, Q; \quad (9)$$

$$\psi_{-n,q} = [\theta_{-n,q+1}(r_q)]^{-1} \theta_{-n,q}(r_q), \quad q = 1, 2, \dots, Q-1, \quad (10)$$

$$\xi_{-n,q} = [\lambda_{n,1} \theta_{n,1}(r_1)]^{-1} \lambda_{-n,q} E, \quad q = 1, 2, \dots, Q-1, \quad (11)$$

gde je:

$$\lambda_{n,Q-1} = - \frac{\eta_{n,Q}}{\theta_{n,Q}} \left[ \theta_{n,Q}(r_{Q-1}) \right]^{-1}, \quad (12)$$

$$\lambda_{n,q} = \lambda_{n,q+1} \frac{\theta_{n,q+1}(r_{q+1})}{\theta_{n,q+1}(r_q)} \left[ \theta_{n,q+1}(r_q) \right]^{-1},$$

$$q = Q-2; Q-3, \dots, 2, 1. \quad (13)$$

Važno je uočiti da se vektori  $\xi_{n,q}$  i  $\underline{L}_{n,q}$  i matrica  $\underline{\Psi}_{n,q}$  ne menjaju u toku iterativnog rešavanja.

### 3. OPIS PROGRAMA SPLET

Program SPLET programiran je za računar CDC 3600 u FORTRAN IV jeziku. Kao ulazne podatke koristi geometrijske i materijalne karakteristike ćelija reaktorske rešetke i letargijski zavisne efikasne preseke za nuklide koji ulaze u sastav posmatrane ćelije. Detaljni opis ulaza dat je u radovima /5/ i /6/. Organizacija programa prikazana je na slici 1.

Za datu reaktorsku ćeliju i interval letargije prvo se na osnovu nuklearnih karakteristika materijala, koji ulaze u sastav ćelije, određuju poluprečnici podzona  $r_q$ , ukupni broj zona i podzona  $Q$  i letargijske tačke  $u_n$ . U brznoj oblasti,  $u_{\min} \leq u \leq u_f$ , u kojoj se moraju uzeti u obzir i efekti brze fisije, problem se rešava iterativno. Za započinjanje iterativnog postupka pretpostavlja se da je skalarni neutronske fluks prostorno ravan i da ima istu letargijsku raspodelu kao fisioni spektar. Za sve letargijske tačke  $u_n$  u brznoj oblasti, tj. za  $u_{\min} \leq u_n \leq u_f$ , program prvo računa matrice i vektore koji se ne menjaju u toku iterativnog postupka. To su veličine  $\xi_{n,q}$ ,  $\underline{L}_{n,q}$  i  $\underline{\Psi}_{n,q}$ , definisane jednačinama (9)-(13), (2), (3) i (6). Iterativni postupak sastoji se od ponovljenog računanja veličina  $\gamma_{n,q}^j$ ,  $\underline{X}_{n,q}^j$  i  $\underline{F}_{n,q}^j(r)$ , prema jednačinama (4), (7)-(8) i (1).

Pošto se završi proračun za  $u \leq u_f$ , i ako je  $u_{\max} > u_f$ , vrši se neiterativni proračun za letargijske tačke  $u_f < u_n \leq u_{\max}$ , koristeći rezultate iterativnog tretmana kao početni uslov po letargiji. Ovde se veličine  $\xi_{n,q}$ ,  $\underline{L}_{n,q}$  i  $\underline{\Psi}_{n,q}$  ne memoriraju već se računaju sukcesivno, uporedo sa veličinama  $\gamma_{n,q}$ ,  $\underline{X}_{n,q}$  i  $\underline{F}_{n,q}(r)$ . Isti neiterativni tretman primenjuje se odmah ukoliko je  $u_{\min} > u_f$ . U tom slučaju može se pretpostaviti da je za  $u < u_{\min}$  skalarni neu-

tronski fluks prostorno ravan i da ne zavisi od letargije.

Ukoliko se to posebno zahteva, izlaz počinje štampanjem ulaznih podataka, za svaki pojedinačni slučaj počinje štampanjem glavnog naslova i promenljivog naslova koji zadaje korisnik. Zatim, slede opšti podaci o posmatranom opsegu letargije, odnosno energije, ukupnom broju letargijskih integracionih tačaka, ukupnom broju zona i podzona, kao i poluprečnici podzona.

Za svaku  $l$ -tu ( $l$  specificira korisnik) letargijsku tačku program daje odgovarajuću vrednost energije, makroskopske efikasne preseke za pojedine materijalne zone i vrednosti skalarnog neutronskeg fluksa usrednjene po zapremini pojedinih podzona. Za određene vrednosti letargije, odnosno energije, specificirane na ulazu, program daje detaljnu radijalnu raspodelu skalarnog fluksa u onoliko tačaka koliko to korisnik želi. Pri štampanju radijalne raspodele fluksa, granične vrednosti pojavljuju se dva puta. Kontinualnost momenata neutronskeg fluksa, koja se tako uočava, predstavlja evidentni test tačnosti proračuna.

Izlaz se završava štampanjem integralnih veličina kao što su iznosi reakcija u pojedinim zonama, grupne konstante za pojedine materijale i rezonantni integrali. Jedan primer ulaza dat je na slici 2. Odgovarajući izlaz prikazan je na slici 3.

#### 4. REFERENCE

1. M.V.Mataušek, "Usporavanje neutrona u rezonantnoj oblasti", Zbornik radova sa XV jugoslovenske konferencije ETAN-a (1971).
2. M.V.Mataušek, "Spherical Harmonics Treatment of Epithermal Neutron Spectra in Reactor Lattices", Nucl.Sci.Eng. 49, 49 (1972).
3. B.Davison, "Neutron Transport Theory", Oxford University Press, London (1958).
4. M.V.Mataušek, "On the Spherical Harmonics Treatment of Epithermal Neutron Spectra in Reactor Lattices - Further Developments and Improvements", Nucl.Sci.Eng. 65, 161 (1978).
5. M.V.Mataušek, "SPLET-A Programme for Calculating the Space-Lathargy Distribution of Epithermal Neutrons in a Reactor Lattice Cell", IBX-1055.
6. I.Zmijarević, "Odredjivanje prostorno energetske raspodele rezonantnih neutrona u ćeliji reaktorske rešetke i proračun rezonantnih integrala", diplomski rad, Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu, 1980.



PROGRAMME S P L E T. SPACE-LETNARGY DISTRIBUTION OF EPITHERMAL NEUTRONS IN CASE 1

SAMPLE PROBLEM. URANIUM - GRAPHITE CELL

LOWER BOUNDARY OF THE ENERGY RANGE CONSIDERED 1.000 EV  
 UPPER BOUNDARY OF THE ENERGY RANGE CONSIDERED 14.800 EV  
 LOWER BOUNDARY OF THE LETNARGY RANGE CONSIDERED 13.479  
 UPPER BOUNDARY OF THE LETNARGY RANGE CONSIDERED 19.118  
 TOTAL NUMBER OF LETNARGY INTEGRATION POINTS 785  
 NUMBER OF FUEL SURZONES 1  
 NUMBER OF MODERATOR SURZONES 1  
 FUEL SURZONES MADEI (CM) 1.2000  
 MODERATOR SURZONES MADEI (CM) 7.0000

ENERGY IN EV	LETNARGY	ABSORPTION CROSS SEC. IN FUEL	TOTAL CROSS SEC. IN FUEL	TOTAL CROSS SEC. IN MODERATOR	VOLUME AVERAGED FLUX IN FUEL	VOLUME AVERAGED FLUX IN MODERATOR
1.40000+001	1.24700+001	7.42050+002	9.92970+002	3.85440+001	1.00000+000	1.00000+000
1.18740+001	1.36837+001	3.10488+002	5.72740+002	3.85440+001	9.44000+000	9.99199+001
1.00270+001	1.38118+001	7.24881+002	9.79059+002	3.85440+001	8.77693+001	9.72090+001
8.40427+000	1.39799+001	1.07948+001	1.38135+001	3.85440+001	8.25494+001	9.76112+001
7.17172+000	1.41479+001	1.32790+000	1.37348+000	3.85440+001	7.29916+001	9.61310+001
6.25223+000	1.43160+001	1.13554+000	1.14994+000	3.85440+001	6.20917+001	9.34817+001
5.12438+000	1.44841+001	9.25950+000	1.12200+001	3.85440+001	5.37754+001	9.61563+001
4.33102+000	1.46522+001	4.86970+000	6.94412+000	3.85440+001	8.95997+001	9.64893+001
3.80150+000	1.48202+001	7.46920+000	9.62346+000	3.85440+001	8.49911+001	9.50830+001
3.29505+000	1.49883+001	5.39018+000	7.58716+000	3.85440+001	8.03297+001	9.60840+001
2.81024+000	1.51564+001	2.93493+000	5.15650+000	3.85440+001	7.48634+001	9.61763+001
2.21149+000	1.53244+001	2.97018+000	5.21213+000	3.85440+001	6.16992+001	9.62483+001
1.80937+000	1.54925+001	3.00418+000	5.30195+000	3.85440+001	5.14404+001	9.56953+001
1.59017+000	1.56606+001	3.15577+000	5.92289+000	3.85440+001	5.11810+001	9.57906+001
1.33571+000	1.58286+001	3.86141+000	6.13787+000	3.85440+001	4.08349+001	9.56350+001
1.12907+000	1.59967+001	9.20425+000	1.15731+001	3.85440+001	8.23070+001	9.47402+001

SPATIAL FLUX DISTRIBUTION AT E=6.6829+000EV

RADIUS	FLUX
7.00000+000	5.83074+005
5.77333+001	5.03076+005
4.54667+000	5.03174+005
3.32000+000	5.41053+001
2.09333+000	5.41053+001
8.62500+000	5.82877+001
3.91970+000	9.35512+001
5.01240+000	9.62070+001
6.10440+000	9.72755+001
7.20000+000	9.76280+001

SPATIAL FLUX DISTRIBUTION AT E=6.754+000EV

RADIUS	FLUX
7.00000+000	1.00000+000
5.77333+001	1.00000+000
4.54667+000	1.00000+000
3.32000+000	5.61230+001
2.09333+000	5.61000+001
8.62500+000	6.53060+001
3.91970+000	9.35880+001
5.01240+000	9.62179+001
6.10440+000	9.72220+001
7.20000+000	9.76450+001

TOTAL ABSORPTION RATE IN FUEL 1.97317+000 (1.77000+000-1)  
 TOTAL REACTION RATE IN FUEL 2.54000+000 (2.34000+000-1)  
 TOTAL REACTION RATE IN MODERATOR 1.50000+000 (1.40000+000-1)  
 MODERANCE INTERNAL 230 3.2313+000 (3.0000)  
 MODERANCE INTERNAL 230 1.0422+002 (1.0000)