

Zorica Petrović  
 Mihajlo Stefanović  
 Nebojša Zlatković  
 Elektronski fakultet  
 Beogradska 14, Niš

REFERAT

## FUNKCIJE VERODOSTOJNOSTI ON-OFF SISTEMA

## LIKELIHOOD FUNCTIONS OF THE ON-OFF SYSTEMS

SADRŽAJ - U radu su određene funkcije verodostojnosti ON-OFF sistema kod koga je kolo za odlučivanje udaljeno od detektora anvelope. Dobijeni rezultati mogu se primeniti za izračunavanje praga odlučivanja i verovatnoće greške. Ovi sistemi koriste se u radio-telegrafiji.

ABSTRACT- The likelihood functions of the ON-OFF system in which the decision circuit is distant from the envelope detector is determined. The results obtained can be applied for the calculation of the decision threshold and error probability. These systems may be used in the radio telegraphy.

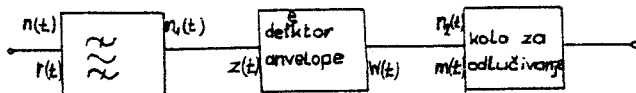
## 1. UVOD

U ovom radu određene su funkcije verodostojnosti nekoherentnog prijemnika za detekciju binarnog amplitudno modulisanog signala kod koga je kolo za odlučivanje udaljeno od detektora anvelope [1]. Gustina raspodele verovatnoće signala na izlazu iz nekoherentnih detektora kod kojih se odlučivanje vrši neposredno posle anvelopnog detektora je Rayleigh-ova ili Rice-ova [2],[3]. Za slučaj koji se posmatra u ovom radu ove raspodele su drugačije zbog pojave Gaussovog šuma na liniji između detektora anvelope i kola za odlučivanje. Dati model ima primenu u radio-telegrafiji.

Dobijene funkcije verodostojnosti mogu se primeniti za određivanje optimalnog praga prijema i verovatnoće greške posmatranog nekoherentnog sistema.

## 2. MODEL SISTEMA

Model nekoherentnog sistema za detekciju digitalnog amplitudno modulisanog signala, za koji su u ovom radu određene funkcije verodostojnosti prikazan je na sl.1. Neke karakteristike ovog modela razmatrane su u literaturi [1].



SL. 1

Model se sastoji od uskopojasnog filtra, detektora anvelope i kola za odlučivanje. Najvažnija karakteristika ovog sistema je ta da je kolo za odlučivanje udaljeno od detektora anvelope kao naprimer u primenama u radio-telegrafiji [1].

Signal na ulazu u prijemnik,  $r(t)$ , jednak je zbiru korisnog signala i Gaussovog šuma :

$$r_i(t) = S_i(t) + n(t) \quad , \quad i=0,1 \quad (1)$$

gde je  $S_i(t)$  korisni signal a  $n(t)$  je Gaussov šum akumuliran u kanalu. Korisni signal  $S_i(t)$  kod digitalne amplitudne modulacije je

$$\begin{aligned} S_0(t) &= 0 \\ S_1(t) &= A \cos \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

Signal na ulazu u detektor anvelope je

$$z_i(t) = S_i(t) + n_1(t) \quad (3)$$

gde je  $n_1(t)$  uskopojasni Gaussov šum :

$$n_1(t) = x(t) \cos \omega t + y(t) \sin \omega t \quad (4)$$

pri čemu su  $x(t)$  i  $y(t)$  međusobno nezavisne komponente sa Gaussovom raspodelom verovatnoće i varijansom  $\sigma^2$ .

Signal na izlazu iz detektora anvelope obeležićemo sa  $w_0$  i  $w_1$ .  $w_0$  odgovara slučaju kada je korisni signal  $S_0(t) = 0$  a  $w_1$  kada je korisni signal  $S_1(t) = A \cos \omega t$ . Gustina raspodele verovatnoće signala  $w_0$  je Rayleigh-ova

$$P(w_0) = \frac{w_0}{\sigma^2} e^{-\frac{w_0^2}{2\sigma^2}} \quad (5)$$

a gustina raspodele verovatnoće signala  $W_i$  je Rice-ova :

$$P(W_i) = \frac{W_i}{\sigma^2} e^{-\frac{W_i^2 + A^2}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{W_i A}{\sigma^2}\right) \quad (6)$$

Signal  $m(t)$  na ulazu u kolo za odlučivanje jednak je zbiru signala  $W_i$  i Gaussovog šuma akumuliranog na liniji od detektora anvelope do odlučivača :

$$m_i(t) = W_i(t) + n_i(t) \quad , \quad i=0,1 \quad (7)$$

gde je

$$P(n_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{n_i^2}{2\sigma_i^2}} \quad (8)$$

pri čemu je  $\sigma_i^2$  varijansa šuma  $n_i(t)$ .

Gustina raspodele verovatnoće signala  $m_0(t)$  je funkcija verodostojnosti posmatranog sistema za slučaj kada je korisni signal  $S_0(t)=0$  a gustina raspodele verovatnoće signala  $m_1(t)$  je funkcija verodostojnosti kada je korisni signal  $S_1(t)=A \cos \omega t$ .

### 3. IZRAČUNAVANJE FUNKCIJE VERODOSTOJNOSTI

Gustina raspodele verovatnoće signala  $m_0$  jednaka je sledećem konvolucionom integralu [3] :

$$P(m_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_f(t) P_n(m_0 - t) dt \quad (9)$$

gde je  $P_f(t)$  raspodela signala  $W_0$  a  $P_n(t)$  raspodela signala  $n_2(t)$ . Zamenom formula (5) i (8) u (9) dobija se

$$P(m_0) = \int_0^{+\infty} \frac{t}{\sigma^2} e^{-\left(\frac{t}{\sqrt{2}\sigma}\right)^2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(m_0 - t)^2}{2\sigma_i^2}} dt \quad (10)$$

koja se uvođenjem smene

$$\frac{t}{\sqrt{2}\sigma} = l \quad , \quad \frac{m_0}{\sqrt{2}\sigma} = \gamma_0 \quad i \quad \frac{\sigma}{\sigma_i} = \xi_0$$

i rešavanjem dobijenog integrala svodi na oblik

$$P(\gamma_0) = \frac{\xi_0}{\sqrt{\pi}(\xi_0^2 + 1)} e^{\frac{\xi_0^2 \sigma_0^2}{2}} + \frac{2\xi_0 \sigma_0^3}{(\xi_0^2 + 1)^{3/2}} e^{-\frac{\xi_0^2 \sigma_0^2}{2}} \operatorname{erfc}\left(-\frac{\xi_0 \sigma_0^2}{\sqrt{\xi_0^2 + 1}}\right) \quad (11)$$

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-u^2} du$$

Na osnovu izraza (6), (7) i (8) sličnim postupkom kao za prethodni slučaj za gustinu raspodele signala  $\gamma_1$  dobija se

$$P(\gamma_1) = \frac{2\sigma_0}{\sqrt{\pi}} e^{-(\sigma^2 + \gamma_1^2 \sigma_0^2)} \int_0^{+\infty} r e^{-r^2(\sigma_0^2 + 1) + 2\gamma_1 r \sigma_0^2} I_0(2\sigma r) dr \quad (12)$$

gde je  $\alpha = \frac{\sigma}{\sqrt{2}\sigma_0}$  i  $\gamma_1 = \frac{\sigma_1}{\sqrt{2}\sigma_0}$ .

Rešenje predhodnog integrala daje [4]

$$P(\gamma_1) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{\pi}(\sigma_0^2 + 1)} e^{-\sigma^2 - \gamma_1^2 \sigma_0^2} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(2\gamma_1 \sigma_0^2)^n}{(\sigma_0^2 + 1)^{n/2}} \cdot \frac{\Gamma(\frac{n+1}{2})}{n!} {}_1F_1\left(\frac{n+1}{2}, 1, \frac{\sigma^2}{\sigma_0^2 + 1}\right) \quad (13)$$

#### 4. ANALIZA NUMERIČKIH REZULTATA

Na sl.2 prikazane su dve familije krivih. U prvoj familiji su date krive koje predstavljaju gustinu raspodele verovatnoće zbira dva signala od kojih jedan ima Rayleigh-ovu a drugi Gaussovu raspodelu. Prikazane su četiri krive kojima odgovara parametar  $\sigma_0^2$  od 4, 5, 8 i 10. Za veće vrednosti parametra  $\sigma_0^2$  povećava se uticaj Rayleigh-ove raspodele na zbir dat izrazom (7) tako da krive teže Rayleigh-ovoj raspodeli. Za manje vrednosti parametra  $\sigma_0^2$  kriva teži Gaussovoj raspodeli.

Druga familija krivih predstavlja gustinu raspodele verovatnoće zbira dva signala od kojih je jedan sa Rice-ovom a drugi sa Gaussovom raspodelom. Prikazane su dve krive za koje je  $\sigma_0^2$  jednako 4 i 10. Za manje vrednosti  $\sigma_0^2$  kriva se širi što povećava verovatnoću greške pri detekciji što je i razumljivo jer u tom slučaju raste snaga šuma.  $n_2(t)$ .

#### 5. ZAKLJUČAK

U radu su date funkcije verodostojnosti na izlazu iz nekoherentnog detektora kod koga je kolo za odlučivanje udaljeno od detektora anvelope. Ove funkcije verodostojnosti su ustvari gustine raspodele verovatnoće zbira dva signala od kojih jedan ima Rayleigh-ovu ili Rice-ovu raspodelu a drugi Gaussovu

granični slučajevi ovih raspodela teže Rayleigh-ovoj i Gaussovoj raspodeli odnosno Rice-ovoj i Gaussovoj raspodeli. Rezultati dalje pokazuju da povećanje varijanse Gaussove raspodele izaziva

širenje krivih a to izaziva povećanje verovatnoće greške.

Dobijene funkcije verodostojnosti mogu se primeniti za određivanje verovatnoće greske nekonezistentnih sistema pri binarnoj detekciji signala amplitudno modulisanih. Takođe se mogu primeniti i za izračunavanje optimalnog praga prijema.

## 6. LITERATURA

- [1] M. SCHWARTZ, W. R. BENNETT, S. STEIN - Communication Systems and Techniques - New York, McGraw-Hill 1966.
- [2] D. MIDDLETON : "An introduction to statistical communication theory", McGraw-Hill, New York, 1960.
- [3] R. B. LEVIN - Teorijske osnove statističeskoj radiotehniki - Moskva 1974.
- [4] M. ABRAMOWITZ and A. STEGUN , Handbook of Matemactical functions, New York, 1970.

