

Dragan Drača
 Spomenka Zirojević
 Elektronski fakultet
 Beogradska 14
 18000 Niš

REFERAT

VEROVATNOĆA GREŠKE PCM SIGNALA
 U PRISUSTVU DŽITERA

THE BIT ERROR PROBABILITY OF THE PCM SIGNAL
 IN THE PRESENCE OF JITTER

SADRŽAJ - U radu je određena verovatnoća greške digitalnog sistema u prisustvu džitera. Razmatran je slučaj kada filter na ulazu u prijemnik ima Gauss-ovu prenosnu karakteristiku. Određeni su i parametri ovog filtra za koje je verovatnoća greške minimalna.

ABSTRACT - The bit error probability of the digital system in the presence of jitter is determined. The case of the Gaussian transfer function of the filter is considered. The parameters of this filter are determined for the case of minimal bit error probability.

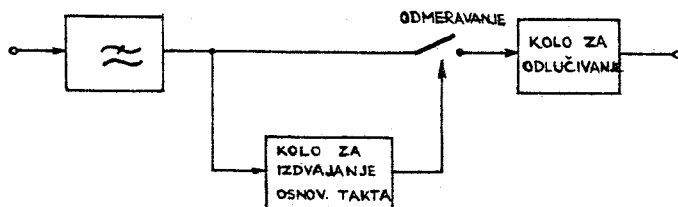
1. UVOD

U savremenim telekomunikacijama, digitalni prenos informacija, sve više, postaje dominantan prenos informacija. Osnovna veličina, koja karakteriše kvalitet digitalnog prenosa, je verovatnoća greške. U nekim ranijim radovima iz ove oblasti, npr. [1], određena je verovatnoća greške digitalnog sistema u prisustvu šuma.

U ovom radu je određena verovatnoća greške digitalnog signala u osnovnom opsegu u prisustvu džitera. Razmatran je slučaj kada filter na ulazu u prijemnik ima Gauss-ovu prenosnu karakteristiku. Pretpostavljeno je da je gustina raspodele verovatnoće džitera Gauss-ova. Takođe, određen je i parametar Gauss-ovog filtra za koji je verovatnoća greške minimalna. Dobijeni rezultati mogu se primeniti pri projektovanju digitalnih sistema u prisustvu džitera [2].

2. MODEL PRIJEMNIKA I ODREĐIVANJE VEROVATNOĆE GREŠKE

Najjednostavniji model prijemnika digitalnih signala u osnovnom opsegu prikazan je na slici 1, [3]. Model se sas-



Slika 1 - Model prijemnika digitalnih signala

toji od niskopropusnog filtra, kola za izdvajanje osnovnog takta, prekidača (čiji je rad regulisan impulsima koji dolaze iz kola za izdvajanje osnovnog takta) i kola za odlučivanje.

Vrednost odmerka d , na osnovu koje se vrši odlučivanje je

$$d(t) = \sum_{n=-N}^N a_n \cdot h(t - nT_d), \quad (1)$$

gde su: t - trenutak odmeravanja, T_d - digitski interval, $h(t)$ - impulsi odziv ulaznog niskopropusnog filtra, a_n - konstanta koja ima vrednost +1 ili -1. Uticaj $N+1, N+2, \dots$ članova na veličinu odmerka može se zanemariti.

Vrednost odmerka kada je $t = 0$ je

$$d(0) = \sum_{n=-N}^N a_n \cdot h(-nT_d). \quad (2)$$

Pri pojavi džitera dolazi do odstupanja od željenog trenutka odmeravanja što utiče na pojavu intersimbolne interference. Ako sa x označimo odstupanje od trenutka odmeravanja $t = 0$, uslovna verovatnoća greške za dato x je, [4]:

$$P_{e/x} = \sum_{a_n=+1}^{+1} \dots \sum_{a_n=-1}^{-1} \operatorname{erfc} \frac{\sum_{n=-N}^N a_n h(x - nT_d)}{\sigma} \prod_{i=1}^N P(a_i), \quad (3)$$

gde je $P(a_1)$ verovatnoća pojavljivanja konstante a_1 , a σ^2 je varijansa šuma. Pri analizama verovatnoće greške uzima se da je $P(a_1) = 1/2$ tako da prethodni izraz postaje

$$P_e/x = \frac{1}{2^N} \sum_{a_1=1}^{+1} \dots \sum_{a_N=1}^{+1} \operatorname{erfc} \frac{\sum_{n=1}^N a_n \cdot h(x-nT_d)}{\sigma} \quad (4)$$

Verovatnoća greške dobija se usrednjavanjem izraza (4) po x :

$$P_e = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{2^N} \sum_{a_1=1}^{+1} \dots \sum_{a_N=1}^{+1} \operatorname{erfc} \left[\frac{\sum_{n=1}^N a_n \cdot h(x-nT_d)}{\sigma} \right] \cdot p_3(x) dx, \quad (5)$$

gde je $p_3(x)$ gustina raspodele verovatnoće promenljive x koja nastaje pod uticajem džitera. Ova raspodela zavisi od posmatranog modela prijemnika. U najvećem broju slučajeva uzima se da je gustina raspodele verovatnoće džitera data Gauss-ovim zakonom:

$$p_3(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_1} e^{-\frac{(x-x_1)^2}{2\sigma_1^2}} \quad (6)$$

gde je x_1 srednja vrednost džitera, a σ_1^2 varijansa džitera.

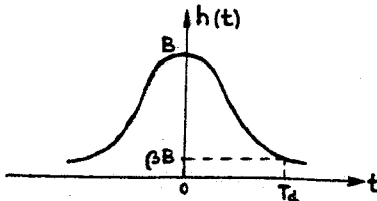
U ovom radu je analizirana verovatnoća greške kada je na ulazu u prijemnik filter sa Gauss-ovom prenosnom karakteristikom:

$$H(j\omega) = A \cdot e^{-\alpha \omega^2} \quad (7)$$

Impulsni odziv ovakvog filtra je

$$h(t) = B \cdot e^{-\frac{t^2}{T_d^2}} \ln \frac{1}{\beta} \quad (8)$$

gde je T_d digitski interval, a β je parametar čije se značenje vidi na slici 2.



Slika 2 - Impulsni odziv Gauss-ovog filtra

Zamenom izraza (8) u (5), izraz za verovatnoću greške postaje

$$P_e = \frac{1}{2^N} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{a_1=-1}^{+1} \dots \sum_{a_N=-1}^{+1} \operatorname{erfc} \left[\frac{B \sum_{n=-N}^N a_n e^{-\left(\frac{x}{T_d} - n\right)^2 \ln \frac{1}{\beta}}}{\sigma} \right] \cdot p_s(x) dx. \quad (9)$$

Ako uvedemo smenu $B/\sigma = \eta$ (odnos signal-šum) i $x/T_d = y$, izraz za verovatnoću greške svodi se na

$$P_e = \frac{1}{2^N} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{a_1=-1}^{+1} \dots \sum_{a_N=-1}^{+1} \operatorname{erfc} \left[\eta \sum_{n=-N}^N a_n e^{-(y-n)^2 \ln \frac{1}{\beta}} \right] p_s(y) dy \quad (10)$$

Prethodni izraz je pogodan za numeričko izračunavanje verovatnoće greške u prisustvu džitera.

3. NUMERIČKI REZULTATI

Koristeći jednačinu (10), na slici 3 je prikazana zavisnost verovatnoće greške od parametra β . Pri tome je uzeto, u obzir da je snaga šuma srazmerna širini propusnog opsega filtra na ulazu, koja je određena sa

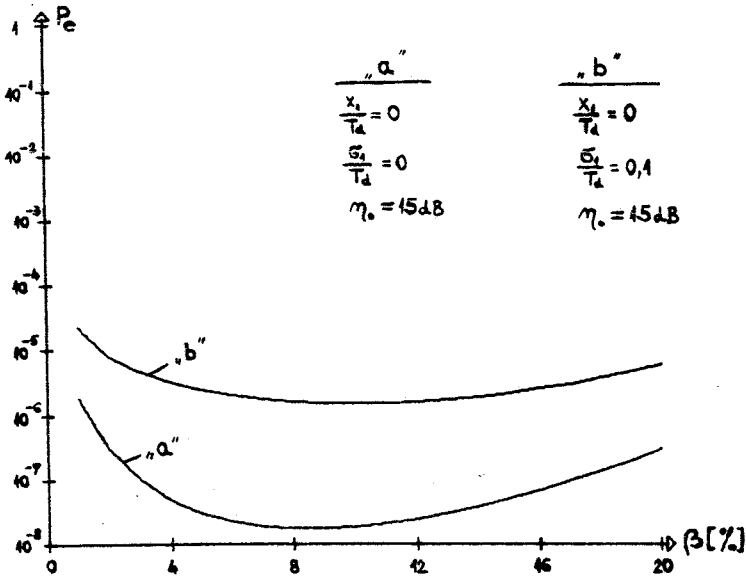
$$B = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega}{|H(0)|^2}, \quad (11)$$

tako da je zavisnost η od parametra β data sledećom jednačinom

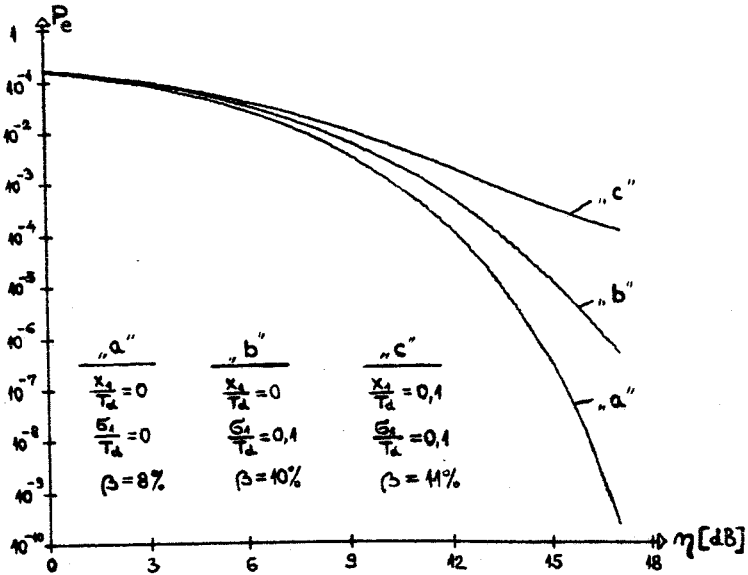
$$\eta = \eta_0 \sqrt{\frac{\pi}{\ln \frac{1}{\beta}}}, \quad (12)$$

gde je η_0 konstanta.

Kriva na slici 3 označena sa "a" nacrtana je za slučaj kada je $x_1/T_d = 0$, $\sigma_1/T_d = 0$ i $\eta_0 = 15\text{dB}$. Vidi se da se minimalna vrednost verovatnoće greške dobija kada je β oko 8%. Za vrednosti β koje su manje od ove vrednosti, verovatnoća greške raste jer se prenosna karakteristika filtra širi tako da se odnos signal-šum smanjuje. Sa povećanjem vrednosti parametra β verovatnoća greške takođe raste pošto se povećava intersimbolna interferenca. Za krivu označenu sa "b" je $x_1/T_d = 0$, $\sigma_1/T_d = 0,1$ i $\eta_0 = 15\text{dB}$. Sa krivih "a" i "b" se vidi da je uticaj parametra β na verovatnoću greške manji kada se



Slika 3 - Verovatnoća greške u zavisnosti od parametra β



Slika 4 - Verovatnoća greške u zavisnosti od odnosa signal-šum η

pri izdvajanju osnovnog takta pojavljuje džiter.

Na slici 4 prikazana je verovatnoća greške u zavisnosti od η za one vrednosti parametra β za koje je verovatnoća greške minimalna.

4. ZAKLJUČAK

U radu je razmatran uticaj filtra sa Gauss-ovom prenosnom karakteristikom na verovatnoću greške digitalnog sistema u prisustvu džitera. Za promenljivi parametar ovog filtra uzeta je vrednost njegovog impulsnog odziva na rastojanju od jednog digitskog intervala (parametar β).

Minimalna vrednost verovatnoće greške dobija se kada je parametar β oko 8%. Rezultati takođe pokazuju da se uticaj parametra β na verovatnoću greške smanjuje kada se povećava snaga džitera.

Dalji rad bi se odnosio na određivanje parametra Gauss-ovog filtra kada se izdvajanje osnovnog takta vrši pomoću sinfazne petlje (PLL).

5. LITERATURA

- [1] Arthurs, E. and Dym, H., "On the Optimum Detection of Digital Signals in the Presence of White Gaussian Noise - a Geometric Interpretation and a Study of Three Basic Data Transmission Systems," IRE Trans. on Communication Systems, CS-10, No. 4 (December 1962), pp. 336-372.
- [2] Schwartz, M. Bennett, W.R. and Stein, S., Communication Systems and Techniques, New York, McGraw-Hill, 1966.
- [3] Lukatela, G. Drajić, D. Petrović, G., Digitalne telekomunikacije, Beograd, Građevinska knjiga, 1978.
- [4] Helstrom, C.W., Statistical Theory of Signal Detection, New York, Pergamon Press, 1960.