B. Zajc
M. Vehovec
Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani

Proglašen za najbolji rad u sekciji.

TOPOLOŠKA FORMULACIJA IDENTIFIKACIJE NELINEARNIH DVOPOLOV

1. Uvod

Nedavno je bila predlagana metoda modeliranja nelinearnih fizikalnih dvoplov (1,2,3). Metoda omogoča določitev natančnega dinamičnega nelinearnega modela (DNM) za nek nelinearni fizikalni dvopolni element, izračunani dinamični nelinearni model pa predstavlja nelinearni model za velike signale.

Opisana metoda modeliranja ustreza postopku identifikacije dinamičnega nelinearnega modela za dani nelinearni fizikalni element (vezje, sistem), kjer identifikacija modela, oziroma vejskih relacij posameznih elementov tega modela, sloni na meritvah, ki jih lahko opravimo le na dostopnem vhodu obravnavanega fizikalnega elementa. Pri tem je topologija modela samo približno znana ali pa ni znana in jo je še potrebno določiti.

Iz prejšnjih del (1,2,3) vemo, da so najbolj preproste meritve lastnosti fizikalnega elementa s harmoničnimi signali majhnih amplitud v raznih delovnih točkah, zato z njihovo pomočjo idenitificiramo najprej množico linearnih modelov v množici delovnih točk. Linearne modele za določeno delovno točko imenujemo odvisne linearne modele (OLM) prav zaradi njihove odvisnosti od delovne točke. Ti modeli podajajo lastnosti nelinearnega fizikalnega elementa pri vzbujanju z majhnimi harmoničnimi signali v določenih delovnih točkah. Pri tem nastavimo delovno točko elementu od zunaj z vzbujevalno veličino g, ki je lahko enosmerna pritisnjena napetost $g = e_g$ ali enosmerni vsiljeni tok $g = i_g$.

Vemo tudi, da kot parameter na vhodu elementa pri tej metodi merimo vhodno impedanco (ali admitanco) za identifikacijo njegovega modela. Ker merimo impedanco z izmeničnimi signali majhnih amplitud v določenem frekvenčnem območju (o,f) in v vrsti delovnih točk jo označimo $\hat{Z}_m(j\omega, g)$. Kadar topologijo linearnega modela nelinearnega fizikalnega elementa poznamo, lahko poiščemo tudi odvisnost $\hat{Z}(j\omega, g)$ tega modela. Zato iz pogoja $\hat{Z}_m(j\omega, g) = \hat{Z}(j\omega, g)$ tedaj določimo vse elemente OLM v obravnavani delovni točki. Kadar topologije modela nekega nelinearnega fizikalnega elementa ne poznamo, skušamo z uporabo znanih optimizacijskih postopkov določiti elemente OLM tako, da se merjena in računana impedanca v obravnavani delovni točki čim bolj ujemata.

Nato opravimo navedene meritve v mnogih delovnih točkah, da lahko identificiramo množico odvisnih linearnih modelov (OLM), na osnovi katerih lahko direktno sintetiziramo dinamični nelinearni model (DNM) opazovanega fizikalnega elementa.

Iz povedanega sledita torej dve kategoriji identifikacijskega problema:

- identifikacija nelinearnega vezja pri znani topološki strukturi in
- identifikacija nelinearnega vezja (modela) pri neznani topološki strukturi.

Zaradi znane topološke strukture je prvi problem eksaktno rešljiv in se merjeni ter računani parametri točno ujemajo $\hat{Z}_m = \hat{Z}$. Tako formuliran identifikacijski problem je primeren za natančno matematično obravnavo in ga bomo rešili z elegantno topološko formulacijo prav v tem referatu. Nadalje bomo na istem primeru študirali za kakšne topološke strukture modela bo mogoče ugotoviti vejske relacije posameznih vej tega modela. Poleg tega bodo tudi nekatere neinvertibilne algebraične odvisnosti preprečevale razpoznavanje posameznih vej modela. Toda o pogojih in omejitvah bomo poročali na drugem mestu.

V drugem primeru topološko strukturo izberemo in jo nato spreminjamo tako, da končno z optimizacijo dosežemo $\hat{Z}_m \doteq \hat{Z}$; zato ne moremo več govoriti o eksaktnem postopanju, vendar v določenih primerih problem identifikacije nelinearnega modela nekega nelinearnega fizikalnega elementa lahko rešimo, če določimo pravilno topološko strukturo (1,2,3). Seveda lahko vse teoretične zaključke iz prvega primera uporabimo tudi tu, zato so sedanji napori usmerjeni na študij identifikacije nelinearnega vezja pri znani topološki strukturi.

Namen tega referata je opisati postopek določitve DNM z uporabo topološke metode. Pri tem bomo predpostavili, da je topološka struktura DNM znana, poleg tega naj bodo znane tudi vrednosti elementov v OLM v odvisnosti od vzbujevalne veličine g, kot da smo jih predhodno s pomočjo meritev dvopola že identificirali. Predpostavimo še, da je vezje DNM sestavljeno le iz nelinearnih R, L in C dvopolov. Za ta primer bo prehod iz OLM v DNM eksaktno izvršljiv in topološka metoda bo spominjala na postopek tvorbe enačb stanja za vezja iz nelinearnih R, L in C dvopolov. Seveda pa je omenjeni postopek lahko razširiti na modele, ki vsebujejo poleg R, L in C dvopolov tudi krmiljene generatorje.

2. Topološka formulacija

Metodo sinteze oziroma identifikacije DNM lahko opišemo v zelo strnjeni obliki s pomočjo topološke obravnave. Pri tem bomo prišli do zanimive tvorbe zvezja, ki se od normalnega zvezja (4), običajnega pri tvorbi enačb stanja, razlikuje v tem, da zvezje vsebuje maksimalno možno število induktivnih vej ter minimalno število kapacitivnih vej.

Predpostavimo, da želimo identificirati neko dvopolno nelinearno vezje (model) DNM, ki je v notranjosti sestavljen iz resistivnih, kapacitivnih in induktivnih dvopolov. Naj bodo neodvisni napetostni viri in neodvisni tokovni viri normalno razporejeni, kar pomeni, da v vezju ni zank iz samih napetostnih generatorjev in tudi ni prerezanih vrst vej iz samih tokovnih generatorjev. Obenem predpostavimo, da sta za to nelinearno vezje izpolnjena tudi naslednja dva pogoja:

a) Ni zank iz samih induktivnosti, kakor tudi ni zank iz samih induktivnosti ter napetostnih generatorjev.
b) Ni prerezanih vrst vej iz samih kapacitivnih vej, kakor tudi ni prerezanih vrst vej iz samih kapacitivnih vej in tokovnih generatorjev.

Za nelinearno enovhodno vezje, ki ima na vhodu priključen napetostni generator e_g ali tokovni generator i_g tvorimo zvezje, ki ga bomo imenovali kanonično zvezje, na naslednji način: najprej vključimo v zvezje napetostne generatorje in maksimalno možno število induktivnih vej, tvorbo zvezja nadaljujemo z vključevanjem resistivnih vej in nazadnje dopolnimo zvezje s kapacitivnimi vejami. Vsi tokovni generatorji, minimalno število induktivnih preostalo število resistivnih in maksimalno število kapacitivnih vej ostane tako v kitah vezja. Kanonično zvezje se v tem primeru od normalnega (Bryantovega) zvezja razlikuje v tem, da kanonično zvezje vsebuje maksimalno število induktivnih vej ter minimalno število kapacitivnih vej, normalno zvezje pa vsebuje maksimalno število kapacitivnih vej ter minimalno število induktivnih vej. Kadar sta poleg normalno razporejenih neodvisnih virov v opazovanem vezju izpolnjena tudi pogoja a) in b), bomo dobili posebno zvezje, kjer so vsi napetostni generatorji in induktivne veje vključene v zvezje, medtem ko v zvezju ni nobene kapacitivne veje in nobenega neodvisnega tokovnega vira.

Iz opisa metode sinteze dinamičnega nelinearnega modela (2,3) vemo, da iz predhodno identificiranih od delovne točke odvisnih linearnih modelov OLM sintetiziramo najprej resistivni del nelinearnega modela RNM na osnovi resistivnih delov odvisnih linearnih modelov ROLM, kar pomeni sicer delno rešitev toda v mnogo enostavnejših pogojih, pri analizi resistivnih vezij. Zato se za namene sinteze DNM izkaže kanonično zvezje zelo ugodno, saj pri prehodu iz DNM v RNM ali iz OLM v ROLM kratko sklenemo induktivne veje in odpremo kapacitivne veje. Če smo na DNM ali OLM tvorili kanonično vezje, tedaj bodo vse resistivne veje kanoničnega zvezja tvorile veje zvezja v RNM oziroma ROLM, vse resistivne kite kanoničnega zvezja pa bodo ostale kite v RNM oziroma ROLM. Tako za RNM oziroma ROLM ni potrebno določati novega zvezja, temveč lahko uporabimo kanonično, ki ima kratko sklenjene induktivne veje.

Za primer posebnega kanoničnega zvezja lahko vse resistivne, kapacitivne in induktivne veje razdelimo na štiri podmnožice:

kapacitivne kite S_C

resistivne kite S_G

resistivne veje zvezja S_R

induktivne veje zvezja S_L

Vektor napetosti $\underline{u}$ in vektor toka $\underline{i}$ vseh R, L, C vej lahko razdelimo na naslednje podvektorje

$$\underline{u} = \begin{bmatrix} \underline{u}_C \\ \underline{u}_G \\ \underline{u}_R \\ \underline{u}_L \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots \quad 1a \qquad\qquad \underline{i} = \begin{bmatrix} \underline{i}_C \\ \underline{i}_G \\ \underline{i}_R \\ \underline{i}_L \end{bmatrix} \quad \ldots\ldots \quad 1b$$

Fundamentalno zančno matriko $[B]$ in fundamentalno matriko prerezane vrste vej $[Q]$ zapišemo v razcepljeni obliki

$$[B] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_{C'} & S_{G'} & S_{R'} & S_L \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1, & 0, & F_{CR'} & F_{CL} \\ 0, & 1, & F_{GR'} & F_{GL} \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ S_C \\ S_G \end{array} \quad \ldots\ldots \quad 2a$$

$$[Q] = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} S_{C'} & S_{G'} & S_{R'} & S_L \end{array} \\ \begin{bmatrix} -F^T_{CR}, & -F^T_{GR'} & 1, & 0 \\ -F^T_{CL'} & -F^T_{GL'} & 0, & 1 \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ S_R \\ S_L \end{array} \quad \ldots\ldots \quad 2b$$

Kirchhoffovi napetostni in tokovni zakoni dobijo za DNM naslednjo obliko (4)

$$\underline{u}_C + [F_{CR}]\,\underline{u}_R + [F_{CL}]\,\underline{u}_L = \underline{e}_C \quad \ldots\ldots \quad 3a$$

$$\underline{u}_G + [F_{GR}]\,\underline{u}_R + [F_{GL}]\,\underline{u}_L = \underline{e}_G \quad \ldots\ldots \quad b$$

$$-[F_{CR}]^T\,\underline{i}_C - [F_{GR}]^T\,\underline{i}_G + \underline{i}_G + \underline{i}_R = \underline{i}_R \quad \ldots\ldots \quad c$$

$$-[F_{CL}]^T\,\underline{i}_C - [F_{GL}]^T\,\underline{i}_G + \underline{i}_L = \underline{i}_L \quad \ldots\ldots \quad d$$

Kirchhoffovi napetostni zakoni za osnovne zanke, ki vsebujejo po eno kapacitivno (a) ali eno resistivno (b) kito so grupirani glede na ti dve vrsti zank (enačbe 3a in b) pri tem $\underline{e}_C$ in $\underline{e}_G$ določata vpliv neodvisnih napetostnih virov v zankah ene ali druge vrste.

Kirchhoffovi tokovni zakoni za osnovne presekane vrste vej, ki vsebujejo po eno resistivno (c) ali po eno induktivno (d) vejo zvezja, so zopet grupirane glede na ti dve vrsti presekov (enačbe 3c in d), kjer $\underline{i}_R$ in $\underline{i}_L$ določata vpliv neodvisnih tokovnih virov v presekani vrsti vej ene ali druge vrste.

Iz Kirchhoffovih napetostnih in tokovnih zakonov za DNM lahko tvorimo Kirchhoffove napetostne in tokovne zakone za resistivni del nelinearnega modela (RNM), če upoštevamo, da velja $\underline{u}_L = \underline{0}$ ter $\underline{i}_C = \underline{0}$, poleg dejstva da enačbe 3a in d odpadejo, ker ni kapacitivnih kit in induktivnih vej. Tako dobimo za RNM

$$\underline{u}_G + \left[F_{GR}\right] \underline{u}_R = \underline{e}_G \qquad \text{.....} \quad 4a$$

$$-\left[F_{GR}\right]^T \underline{i}_G + \underline{i}_R = \underline{j}_R \qquad \text{.....} \quad b$$

Iz enačb za RNM pa sledijo Kirchhoffovi napetostni in tokovni zakoni za resistivni del odvisnega linearnega modela (ROLM).

$$d\underline{u}_G + \left[F_{GR}\right] d\underline{u}_R = d\underline{e}_G \qquad \text{.....} \quad 5a$$

$$-\left[F_{GR}\right]^T d\underline{i}_G + d\underline{i}_R = d\underline{j}_R \qquad \text{.....} \quad b$$

kjer v $d\underline{e}_G$ nastopajo diferenciali vzbujevalne napetosti $dg = de_g$ ali pa v $d\underline{j}_R$ nastopajo diferenciali vzbujevalnega toka $dg = dj_g$. Elementi ROLM(g) so določeni v odvisnosti od vzbujanja g (i_g ali e_g). Ker predpostavljamo, da že na tem mestu poznamo inkrementalno resistančno matriko $\left[r(g)\right]$ za resistivne elemente OLM, lahko zapišemo

$$\begin{bmatrix} d\underline{u}_G \\ d\underline{u}_R \end{bmatrix} = \left[r(g)\right] \begin{bmatrix} d\underline{i}_G \\ d\underline{i}_R \end{bmatrix} \qquad \text{.....} \quad 6$$

Z združitvijo topoloških enačb 5 in karakterističnih enačb posameznih elementov 6 lahko določimo $d\underline{i}_G$ ter $d\underline{i}_R$ v odvisnosti od dg iz sistema algebraičnih enačb vezja ROLM.

$$\begin{bmatrix} d\underline{i}_G \\ d\underline{i}_R \end{bmatrix} = \left[A(g)\right] dg \qquad \text{.....} \quad 7$$

kjer je A(g) stolpni vektor, katerega komponenete so odvodi prenosne funkcije $d\underline{i}_\alpha/dg$ (indeks α pripada poljubni uporovni veji). Z integracijo zgornje enačbe [illegible]ziramo odvisnost

$$\begin{bmatrix} \underline{i}_G \\ \underline{i}_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{f}_G(g) \\ \underline{f}_R(g) \end{bmatrix} \qquad \text{.....} \quad 8a \quad b$$

oziroma za splošno vejo α : $i_\alpha = f_\alpha(g)$. Z vstavitvijo enačbe 7 v 6 dobimo

$$\begin{bmatrix} d\underline{u}_G \\ d\underline{u}_R \end{bmatrix} = \left[r(g) \right] \left[A(g) \right] dg \qquad \ldots\ldots \qquad 9$$

in z integracijo pridemo do odvisnosti

$$\begin{bmatrix} \underline{u}_G \\ \underline{u}_R \end{bmatrix} \begin{matrix} = \\ = \end{matrix} \begin{bmatrix} \underline{h}_G(g) \\ \underline{h}_R(g) \end{bmatrix} \qquad \begin{matrix} \ldots\ldots \qquad 10a \\ \ldots\ldots \qquad b \end{matrix}$$

oziroma za splošno vejo α : $u_\alpha = h_\alpha(g)$.

Enačbe 8 in 10 podajajo karakteristike vseh resistivnih dvopolov v parametrični obliki. Seveda pa je možno z eliminacijo g v enačbah 8, oziroma z izračunom inverzne funkcije $g = f_\alpha^{-1}(i_\alpha)$ in vstavitvijo v enačbe 10 določiti karakteristike $u_\alpha = u_\alpha(i_\alpha)$. Druga možnost je eliminirati g v enačbah 10 in izračunati $g = h_\alpha^{-1}(u_\alpha)$ ter vstaviti v enačbe 8 in določiti $i_\alpha = i_\alpha(u_\alpha)$. Če je določena veja α napetostno krmiljena, tedaj pričakujemo, da bo eksistirala funkcija $h_\alpha^{-1}(g)$, medtem ko bo za tokovno krmiljeno vejo obstajala funkcija $f_\alpha^{-1}(g)$. Zato lahko v splošnem z metodo sinteze razpoznamo tudi resistivne veje, ki nimajo monotonih karakteristik, ampak so napetostno ali tokovno krmiljene.

V nadaljevanju želimo določiti kapacitivni del nelinearnega modela. Pri tem seveda poznamo resistivni del nelinearnega vezja RNM, ki smo ga pravkar identificirali. Poleg tega poznamo tudi topologijo celotnega DNM vnaprej, ker je ista kot pri OLM. Tako bodo zaradi navzočnosti kapacitivnih kit veljale tudi enačbe za ob pogoju $\underline{u}_L = 0$ za odvisnost $\underline{u}_C(g)$

$$\underline{u}_C = -\left[F_{CR} \right] \underline{u}_R(g) + \underline{e}_C(g) \qquad \ldots\ldots \qquad 11$$

Ker poznamo tudi inkrementalno kapacitivno matriko $[c(g)]$ iz predhodno identificiranega OLM(g), jo v primeru eksistence inverza $g(\underline{u}_C)$ lahko spremenimo v odvisnost $[c(\underline{u}_C)]$. Take vejske relacije pa že zadostujejo pri tvorbi enačb stanja. Seveda lahko prav tako sintetiziramo karakteristiko $\underline{q}_C(\underline{u}_C)$ iz odvisnosti za OLM $d\underline{q}_C = [c(\underline{u}_C)]\, d\underline{u}_C$

Za induktivni del vezja zaradi navzočnosti induktivnih vej velja enačba 3.d, zato pri upoštevanju $\underline{i}_C = \underline{0}$ sledi odvisnost $\underline{i}_L(g)$

$$\underline{i}_L = \left[F_{GL}\right]^T \underline{i}_G(g) + \underline{i}_L(g) \qquad \ldots\ldots \qquad 12$$

Ker poznamo iz OLM (g) inkrementalno induktančno matriko $\left[l(g)\right]$ jo s pomočjo inverza $g(\underline{i}_L)$, če eksistira, spremenimo v odvisnost $\left[l(\underline{i}_L)\right]$. Tudi te vejske relacije zadostujejo pri tvorbi enačb stanja. Sicer lahko sintetiziramo karakteristiko $\underline{\varphi}_L(\underline{i}_L)$ iz odvisnosti za OLM $d\underline{\varphi}_L = \left[l(\underline{i}_L)\right] d\underline{i}_L$

3. Zaključek

V tem delu je postopek sinteze dinamičnega nelinearnega modela za nelinearni fizikalni element opisan s topološko formulacijo, ki predstavlja eksakten matematični postopek ter spominja na topološko metodo formulacije enačb stanja. Pri tem so posamezni koraki v postopku sinteze DNM zelo jasno predstavljeni. Uveden je tudi zelo zanimiv koncept kanoničnega zvezja, ki ima določen pomen tudi za enosmerno analizo RLC vezij.

Viri:

1. B. Zajc, M. Vehovec: "Sinteza nelinearnih dinamičnih modelov"; konferenca ETAN 1975 v Ohridu
2. B. Zajc: "Sinteza nelinearnega modela za velike signale na osnovi optimalnih linearnih modelov"; doktorska disertacija na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani 19[illegible]
3. M. Vehovec, B. Zajc: "Računalniško optimizirani nelinearni dinamični modeli"; Konferenca Informatica 1975 na Bledu
4. E.S. Kuh, R.A Rohrer: "The State-Variable Approach"; Proc. IEEE, julij 1965, str. 672.