M. Vehovec
B. Zajc
Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani

OMEJITVE PRI IDENTIFIKACIJI NELINEARNIH DVOPOLOV

1. Uvod

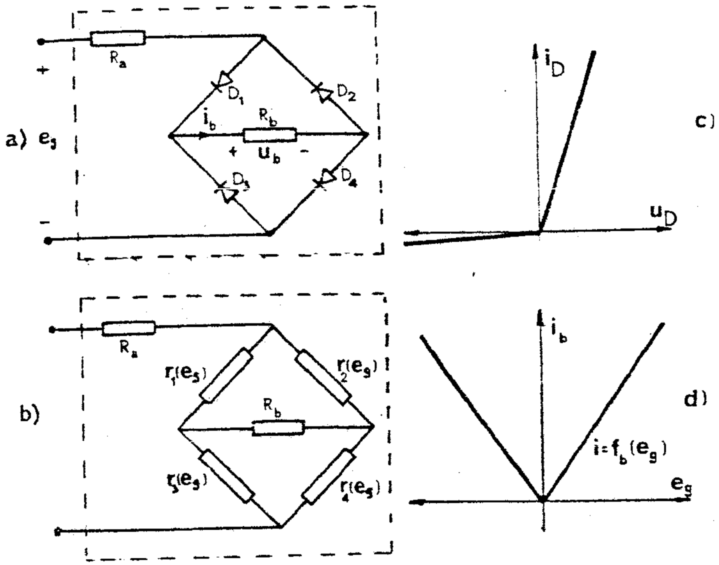
V preteklem letu je bila predlagana metoda modeliranja nelinearnih fizikalnih dvopolov (1,2,3), ki omogoča določitev natančnega dinamičnega nelinearnega modela (DNM) za opazovani nelinearni fizikalni element. Pri tem identifikacija vejskih relacij posameznih elementov tega modela sloni na meritvah, ki jih lahko opravimo na dostopnem vhodu obravnavanega fizikalnega elementa. Ker so te meritve opravljene s harmoničnimi signali majhnih amplitud v raznih delovnih točkah, zato z njihovo pomočjo identificiramo najprej množico linearnih modelov, kjer vsak velja samo v okolici ustrezne delovne točke in zato imenovanih odvisni linearni modeli (OLM). Seveda je sinteza dinamičnega nelinearnega modela nekega fizikalnega elementa mogoča šele na osnovi tako identificirane množice odvisnih linearnih modelov. Če nastavljanje delovne točke opišemo z vzbujevalno veličino g t.j. enosmerno pritisnjeno napetostjo e_g ali enosmernim vsiljenim tokom i_g, potem razpolagamo z odvisnimi linearnimi modeli v odvisnosti od vzbujevalne veličine (OLM(g)), ki ima tako odvisne tudi vse inkrementalne matrike svojih elementov $[r(g)]$, $[c(g)]$ in $[l(g)]$.

Letos predstavljamo širšemu krogu tudi globlje teoretične izsledke, ki spremljajo to metodo in sicer eksaktno topološko formulacijo identifikacije nelinearnih dvopolov (4), na tem mestu pa še ugotovitve v zvezi z omejitvami pri taki identifikaciji. Vseh nelinearnih dvopolov pa ni mogoče identificirati po omenjeni metodi. Zanimivo bo torej študirati, kakšnim pogojem mora ustrezati nelinearno vezje, da lahko razpoznamo vejske relacije vseh elementov, ki v njem nastopajo. Izkaže se, da je potrebno ugotoviti ustrezne algebraične pogoje po eni in določene topološke omejitve po drugi strani pri identifikaciji dvopolov. Zgoditi se namreč ne sme, da imajo vejske relacije elementov vezja takšne algebraične odvisnosti, da določena prenosna karakteristika ne bo invertibilna na mestu, kjer jo taka metoda zahteva. Hitro bomo ugotovili tudi, da ne moremo identificirati nelinearnega dvopola, če ima ta poljubno topologijo.

Raziskovali bomo poenostavljen identifikacijski problem, kjer predpostavljamo, da je poznana topologija nelinearnega vezja iz samih R, L in C dvopolov. Da bi identificirali nelinearno vezje je torej potrebno določiti vejske relacije posameznih nelinearnih dvopolov. Seveda pri identifikaciji v splošnem ne poznamo topologije ali pa jo samo približno poznamo in tedaj je problem identifikacije nelinearnih elementov še precej težji. Toda vsi zaključki iz poenostavljenega primera bodo veljali tudi v drugem primeru.

2. Algebraični pogoji za identifikacijo

Začnimo razmišljanja na primeru nelinearnega dvopola, ki ga predstavlja vezje mostičnega usmernika na sliki 1a. Predpostavimo, da imajo diode D_i do D_4 odsekoma linearno karakteristiko z določeno diferencialno upornostjo v prevajalni smeri ter s končno vrednostjo diferencialne upornosti v zaporni smeri (sl. 1c). Upornosti R_a in R_b naj bosta linearni. Takemu nelinearnemu vezju pripada linearno vezje OLM (e_g), ki je narisano na sliki 1b. Pri sintezi DNM je za določitev karakteristike $u_b - i_b$ za vejo R_b potrebno poiskati tudi inverzno funkcijo (1,2,3) k prenosni funkciji $i_b = f_b(e_g)$. Toda prenosna funkcija mostičnega usmernika, ki je skicirana na sliki 1d je nemonotona in zanjo inverzna funkcija ne eksistira. Težave nastopijo zato, ker se neskončni interval $-\infty < e_g < \infty$ preslika na interval $0 \leq i_b < \infty$ in preko R_b ne teče negativen tok. Zato seveda ne moremo določiti diferencialne upornosti te veje pri negativnih tokovih in bi v principu lahko sintetizirali le del karakteristike $u_b - i_b$ pri $i_b \geq 0$. Lahko trdimo, da ne moremo identificirati elementov nelinearnega dvopola (ki je v našem primeru resistivno) zato, ker imajo vejske relacije elementov vezja takšne algebraične odvisnosti, da prenosna karakteristika $i_b(e_g)$ ni invertibilna. V tem



Slika 1. Vezje z neprimerno algebraično odvisnostjo $i_b(e_g)$

primeru lahko rečemo, da niso izpolnjeni algebraični pogoji, da bi bilo možno identificirati elemente vezja. Če bi spremenili karakteristike elementov na sliki 1a, bi lahko prišli do dvopola, ki ga lahko identificiramo. Če postanejo n.pr. vse veje linearne, lahko preide vezje mostičnega usmernika v Wheatstonov mostiček, ki ni v ravnotežju ($u_b \neq 0$) in v takšnem primeru bi lahko vse veje razpoznali.

Na osnovi takih ugotovitev lahko naredimo tale zaključek:

Kadar v vezju, ki ga želimo identificirati, niso izpolnjeni določeni algebraični pogoji v zvezi z vejskimi relacijami, takrat ni mogoče identificirati vejskih relacij vseh vej takega vezja.

Teorem I. :

Predpostavimo, da za nek nelinearni RLC dvopol, ki je sestavljen iz resistivnih, kapacitivnih in induktivnih nelinearnih dvopolov, lahko identificiramo vse elemente v OLM (g). Označimo diferencialne upornosti resistivnih vej z r_α, diferencialne kapacitivnosti kapacitivnih vej z c_β ter diferencialne induktivnosti induktivnih vej z l_γ, enosmerno vzbujevalno veličino z g (enosmerno napetost e_g, enosmerni tok i_g). Vejske relacije vseh resistivnih, kapacitivnih in induktivnih dvopolov lahko identificiramo, če so izpolnjeni naslednji pogoji:

i) prenosne funkcije resistivnih vej $x_\alpha(g)$ ali $-x_\alpha(g)$ so kvazilinearne,
ii) prenosne funkcije kapacitivnih vej $u_\beta(g)$ ali $-u_\beta(g)$ so kvazilinearne,
iii) prenosne funkcije induktivnih vej $i_\gamma(g)$ ali $-i_\gamma(g)$ so kvazilinearne,
iv) v primeru $x_\alpha = i_\alpha$ je $r_\alpha(g)$ zvezno odvedljiva funkcija, medtem ko je za $x_\alpha = u_\alpha$ funkcija $1/r_\alpha(g)$ zvezno odvedljiva funkcija,
v) $c_\beta(g)$ in $l_\gamma(g)$ sta zvezno odvedljivi funkciji.

Dokaz:

Dokažimo najprej, da lahko zaradi veljavnosti pogojev i) in iv) identificiramo vse uporovne veje. Če je $x_\alpha = i_\alpha$, tedaj je inverzna funkcija $g = g(x_\alpha)$ ali pa $-g(x_\alpha)$ kvazilinearna in zvezno odvedljiva. Ker je

$$\frac{dr_\alpha}{dx_\alpha} = \frac{dr_\alpha}{dg}\;\frac{dg}{dx_\alpha}$$

in sta $\dfrac{dr_\alpha}{dg}$ ter $\dfrac{dg}{dx_\alpha}$ zvezni funkciji, je funkcija $r_\alpha(x_\alpha)$ zvezno odvedljiva in integral enačbe $du_\alpha = r_\alpha(i_\alpha)\,di_\alpha$ definira enolično funkcijo $u_\alpha(i_\alpha)$. Podobno lahko dokažemo za primer $x_\alpha = u_\alpha$, kjer je potrebno določiti funkcijo

$$\frac{1}{r_\alpha(g(u_\alpha))}\,, \text{ saj velja } i_\alpha = \int_0^u \frac{du_\alpha}{r_\alpha(g(u_\alpha))} + K_\alpha\,.$$

Takoj vidimo, da je tudi funkcija $1/r_\alpha(g(u_\alpha))$ zvezno odvedljiva funkcija in je i_α enolično določen. Popolnoma analogno lahko dokažemo na osnovi pogojev ii) in v) enoličnost funkcije $q_\beta(u_\beta)$ za vsak u_β, kar pomeni, da so vejske relacije kapacitivnih vej popolnoma identificirane. Po enakem postopku dokažemo še za induktivne veje na osnovi pogojev iii) in v).

Pogoj i) zahteva, da se interval $-\infty < g < \infty$ preslika preko prenosne funkcije

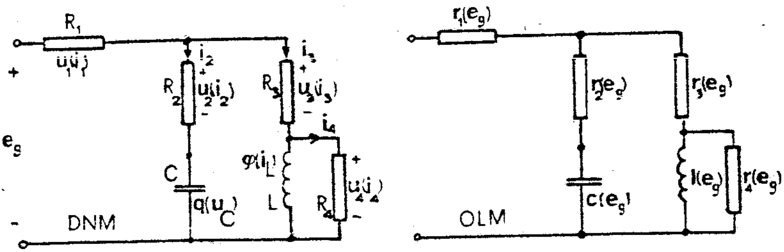
$x_\alpha(g)$ na neskončni interval $-\infty < x_\alpha < \infty$. To pomeni, da se mora v vsaki resistivni veji spremeniti tok ali pa napetost od $-\infty$ do ∞, če se vzbujanje e_g (ali i_g) spremeni od $-\infty$ do ∞ ali obratno. Tako s spremembo delovne točke dvopola lahko dosežemo poljubno delovno točko na karakteristiki vsakega resistivnega elementa znotraj tega dvopola. Če identificiramo inkrementalno upornost v vsaki delovni točki resistivnega elementa je tedaj z integracijo mogoče razpoznati celotno $u_\alpha - i_\alpha$ karakteristiko posameznih resistivnih elementov opazovanega dvopolnega vezja. Analogno velja seveda tudi za kapacitivne in induktivne elemente.

3. Topološke omejitve pri identifikaciji

Tudi tokrat opazujemo v uvodnih razmišljanjih primer nelinearnega dvopola s slike 2a, ki je sestavljen iz nelinearnih R, L in C dvopolov. Vzemimo, da za ta dvopol izmerimo vhodno impedanco $\hat{Z}_m(j\omega, e_g)$ v odvisnosti od krožne frekvence ω ter enosmerne napetosti e_g, ki nastavlja delovno točko. S pomočjo take impedance določeni elementi odvisnega linearnega modela (OLM(g)) bodo gotovo tudi odvisni od e_g. Dobimo diferencialne upornosti $r_1(e_g)$, $r_2(e_g)$, $r_3(e_g)$, $r_4(e_g)$, diferencialno kapacitivnost $c(e_g)$ ter diferencialno induktivnost $l(e_g)$. Pri tem je enosmerni tok v DNM preko vej R_2 in C enak 0 za poljubno delovno točko, ki jo določa vhodna enosmerna napetost e_g.

Ker je tok $i_2 = 0$ pri poljubni enosmerni vhodni napetosti e_g, bo delovna točka upornosti R_2 za poljubno delovno točko nelinearnega dvopola vedno določena z $i_2 = 0$ in tudi diferencialna upornost vedno $r_2(e_g) = \left.\dfrac{du_2}{di_2}\right|_{i_2 = 0} = \text{konst.}$

Delovna točka na $u_2 - i_2$ karakteristiki upornosti R_2 se pri poljubni enosmerni vhodni napetosti ne spremeni, zato ne moremo določiti (identificirati) diferencialne upornosti $r_2(i_2)$ za območje $-\infty < i_2 < \infty$, oziroma iz OLM(g) ne moremo sintetizirati $u_2 - i_2$ karakteristike. Vzrok za omenjene težave je topološko pogojen saj je serijsko z R_2 vezana kapacitivnost C. Ta preprečuje, da bi se s spreminjanjem napetosti e_g od $-\infty$ do ∞ tok i_2 spremenil od $-\infty$ do ∞ in bi bil tako podan tudi potek $r_2(i_2)$ za področje $-\infty < i_2 < \infty$, kar edino



a b

Slika 2 Vezje z neprimerno topologijo

omogoča karakteristiko $u_2 - i_2$ za vsak i_2.

Podoben problem nastopi pri nelinearni upornosti R_4 , ki je vezana paralelno k induktivnosti L. Pri poljubni vrednosti e_g je $u_4 = 0$ in zato lahko določimo le diferencialno upornost r_4 pri $u_4 = 0$, iz česar pa karakteristike $u_4 - i_4$ ni mogoče določiti.

Zgornje razmišljanje nas vodi do zaključka, da bodo težave pri identifikaciji nelinearne upornosti nastopile v primerih, ko je nelinearna upornost vezana v serijo s kondenzatorjem ali pa če je nelinearna upornost vezana paralelno k tuljavi. Zato naredimo naslednji zaključek:

Kadar v nelinearnem vezju, ki ga želimo identificirati, niso izpolnjeni določeni topološki pogoji, takrat ni mogoče določiti vejskih relacij vseh vej DNM.

Da dobimo topološke pogoje, ki jih mora neko vezje N izpolnjevati, da bi v njem lahko razpoznali R, L, C dvopole, poiščemo izpeljano vezje $N(0,B_C)$ ki ga dobimo iz N tako, da odpremo vse kapacitivne veje in vezje $N(B_L, 0)$ ki ga dobimo iz N tako, da kratko sklenemo vse induktivne veje. Z uporabo teh simbolov lahko potem zapišemo naslednji teorem.

Teorem II:

Predpostavimo, da je nek nelinearni dvopol N sestavljen iz resistivnih, kapacitivnih in induktivnih dvopolov. Za identifikacijo elementov v N je potrebno, da N izpolnjuje naslednja dva pogoja:

i) $N(0, B_C)$ je neločljiv graf
ii) $N(B_L, 0)$ je neločljiv graf

Dokaz:

Če je $N(0, B_C)$ ločljiv graf, lahko z razcepitvijo vozlišč iz vezja $N(0, B_C)$ dobimo n ločenih delov, kjer je $n \geqslant 2$. Le v enem od teh delov se bo nahajal vzbujevalni vir g (e_g ali i_g). Ker je $N(0, B_C)$ sestavljen le iz dvopolov, vir g ne bo vplival na napetosti in tokove v (n - 1) ločenih delih in pri spremembi $-\infty < g < \infty$ bodo napetosti in tokovi v teh ločenih delih konstantni. Zato pogoja i) in iii) teorema I ne bosta izpolnjena.

Podobno lahko v primeru, ko je $N(B_L, 0)$ ločljiv graf, vezje $N(B_L, 0)$ razcepimo v dva ali več ločenih delov in na podoben način kot prej lahko uvidimo, da pogoja i) in ii) teorema I ne bosta izpolnjena.

Teorem II je pomemben, ker podaja potrebne pogoje za razpoznavanje vseh dvopolov v DNM v zelo enostavni obliki.

4. Zaključek

Ugotovili smo, da mora nelinearni dvopol izpolnjevati določene topološke pogoje in še algebraične pogoje v zvezi z vejskimi relacijami, da lahko razpoznamo elemente v njem. Znano je (5), da se obe vrsti pogojev pojavljata tudi pri tvorbi enačb stanja, saj za neko vezje te enačbe ne eksistirajo in je vezje nedeterminirano, če za to vezje določeni topološki in algebraični pogoji niso izpolnjeni. Pri tem pa je veliko težje ugotavljati izpolnjenost algebraičnih pogojev kot topoloških. Isto velja tudi pri identifikaciji dvopolov.

Določili smo pogoje, ki jih mora izpolnjevati nek dvopol, da lahko v njem enoumno in popolno določimo vejske relacije za vsak dvopolni element. Pri tem pod popolno določitvijo vejskih relacij razumemo, da je pri tokovno krmiljenih uporovnih dvopolih karakteristika $u_\alpha(i_\alpha)$ podana za vsak i_α $(-\infty < i_\alpha < \infty)$ in podobno pri napetostno krmiljenih uporovnih dvopolih karakteristika $i_\alpha(u_\alpha)$ podana za vsak u_α $(-\infty < u_\alpha < \infty)$, medtem ko morata biti za kapacitivne in induktivne veje podani funkciji $q_\beta(u_\beta)$ za vsak u_β in $\varphi_\gamma(i_\gamma)$ za vsak i_γ.

Zanimivo je, da vseh vezij, kjer so vsi elementi dvopolni in kjer so vejske relacije kvazilinearne, ne moremo identificirati. V primeru Wheatstonovega mostička, ki je sestavljen iz linearnih uporov (ki so kvazilinearni), sta napetost in tok v eji, v kateri običajno ugotavljamo ravnotežje mostička, enaka nič, če je ta v ravnotežju. V takšnem primeru poljubni vhodni napetosti ustrezata v omenjeni veji tok $i_\alpha = 0$ in napetost $u_\alpha = 0$. Pogoj i) teorema I v tem primeru ni izpolnjen zaradi algebraične zveze med vejskimi relacijami. Če spremenimo le eno upornost v Wheatstonovem mostičku,ta ne bo več v ravnotežju in pogoj i) bo izpolnjen. Seveda je izpolnjenost pogoja i) v splošnem precej težko kontrolirati, saj je znano, da pri resistivnih vezjih, ki so sestavljena iz samih kvazilinearnih dvopolov, prenosne funkcije niso vedno kvazilinearne (oz. monotone), ampak so le vhodne karakteristike resistivnih vezij s kvazilinearnimi elementi kvazilinearne funkcije.

Viri:

1. B. Zajc in M. Vehovec: " Sinteza nelinearnih dinamičnih modelov"; konferenca ETAN 1975 v Ohridu
2. B. Zajc: "Sinteza nelinearnega modela za velike signale na osnovi optimalnih linearnih modelov"; doktorska disertacija na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani 1975
3. M. Vehovec in B. Zajc: "Računalniško optimizirani nelinearni dinamični modeli"; konferenca Informatica 1975 na Bledu
4. B. Zajc in M. Vehovec: "Topološka formulacija identifikacije nelinearnih dvopolov"; konferenca ETAN 1976 v Opatiji
5. T.E. Stern: "Theory of Nonlinear Network and Systems"; Addison-Wesley 1965.