B. Zajc
M. Vehovec
Fakulteta za elektrotehniko, Ljubljana

SINTEZA NELINEARNIH DINAMIČNIH MODELOV

1. Uvod.

Pri dosedanjem stanju modeliranja je težko priti do dobrih nelinearnih dinamičnih modelov za nelinearne polprevodniške elemente. Večina teh modelov je dobljena na osnovi analize fizikalnega dogajanja v polprevodniških elementih. Takim modelom upravičeno pravimo fizikalni modeli, saj njihova zgradba zavisi od števila vključenih fizikalnih efektov in imajo posamezni elementi v takšnih modelih tudi fizikalni pomen (kot n. pr. upornost baze pri modelu tranzistorja, kapacitivnost zaporne plasti in difuzijska kapacitivnost, itd.).

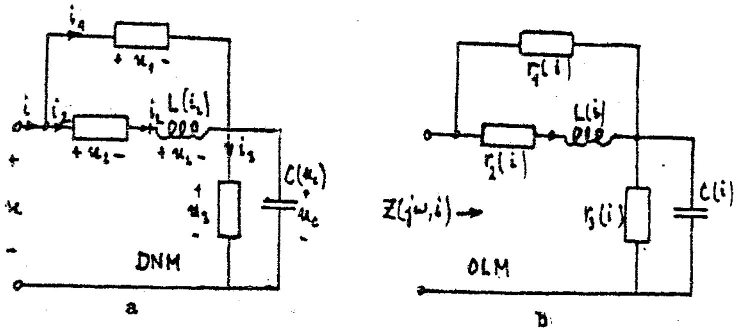
Izhodišče fizikalne analize je vedno sistem transportnih enačb, ki ga sestavljajo: dve kontinuitetni enačbi, dve tokovni enačbi za elektrone in vrzeli in ena Poissonova enačba. Vendar so eksaktne (analitične) rešitve teh sistemov enačb pri upoštevanju dejanskih robnih pogojev preveč komplicirane za uporabo ali pa celo nemogoče. Poenostavitve fizikalne narave kot n.pr. aproksimacija distribucije primesi s konstantnim ali eksponencialnim potekom, predpostavljanje nizkih nivojev tokov, kjer za t. i. slabotno injeciranje upoštevamo samo gibanje minoritetnih nosilcev naboja, enodimenzionalni model elementa itd., vodijo do enostavnejših sistemov enačb in zavoljo odvisnosti rešitev oziroma modelov. Zanemaritve, uporabljene pri analizi, pa izhajajo iz kompromisa med točnostjo in enostavnostjo modela, natančnejši model sicer ponazarja množico fizikalnih efektov v elementu, vendar je zato kompliciran. Dokler tak element ni vključen v vezje z velikim številom elementov, lahko uporabljamo njegov kompleksnejši model, sicer pa bi le-ta en sam model zahteval zelo veliko število vej in obsežnejšega vezja, ki zahteva enega ali več modelov, tako ne bo mogoče več analizirati.

Seveda fizikalni model samo bolj ali manj natančno opisuje lastnosti določenega nelinearnega elementa, ki je uporabljen v nekem vezju. Tak model večkrat uporabljamo in pozabljamo na aproksimacije, s katerimi so bile iz kompliciranih enačb v fizikalni teoriji za polprevodniške elemente izluščene preprostejše oblike za modele, ali pa se aproksimacij niti ne zavedamo. Prav tako je težko vnaprej predvideti, kakšna je zahtevana kompleksnost modela, da bi se rezultati analize vezja s predpisano natančnostjo ujemali z izmerjenimi lastnostmi vezja. Zato je primerno poiskati nelinearni model, katerega lastnosti bi se bolje ujemale z izmerjenimi lastnostmi konkretnega elementa, pri tem pa naj bi bil nelinearni model uporaben za namene analize vezij. Zato mora biti takšen model sestavljen iz standardnih koncentriranih R, L in C elementov, poleg tega pa mora vsebovati čim manjše število vej.

V tem referatu bomo opisali princip metode sinteze dinamičnih nelinearnih modelov (DNM) za nelinearne elemente. Zaenkrat se bomo omejili na sintezo modelov nelinearnih dvopolov, pri tem pa bodo DNM sestavljeni iz nelinearnih R,L,C dvopolov. Osnova sinteze bodo izmerjeni malosignalni parametri nelinearnih elementov v raznih delavnih točkah.

2. Princip metode.

Princip predlagane metode bomo najenostavneje opisali na primeru. Vzemimo, da je podan nek nelinearni dvopol (sl. 1.a), ki je sestavljen iz R,L,C dvopolov, katerih vejske relacije so znane. Takšen nelinearni dvopol naj predstavlja dinamični nelinearni model (DNM) nekega elementa. Pri določenem enosmernem vhodnem toku i (ali pri določeni enosmerni napetosti u), ki določa delovno točko nelinearnega dvopola, lahko poiščemo linearizirani model za DNM. Takšen linearizirani model, ki podaja lastnosti DNM pri vzbujanju z majhnimi signali, je topološko ekvivalenten originalnemu DNM, vrednosti elementov lineariziranega modela pa so določene s parcialnimi odvodi karakteristik elementov v nelinearnem modelu. Pri tem pa je potrebno parcialne odvode karakteristik določiti pri enosmernih tokovih oziroma napetostih, ki se vzpostavijo v posameznih vejah nelinearnega modela kot posledica vzbujanja DNM z n. pr. enosmernim tokom i.



Slika 1

Linearizirani model dinamičnega nelinearnega modela bomo po Parkerju (1) imenovali odvisni linearni model (OLM), kjer atribut odvisni povdarja dejstvo, da so vrednosti elementov lineariziranega modela odvisne od enosmerne delavne točke nelinearnega dvopola. OLM za DNM s slike 1a je prikazan na sliki 1b, kjer so $r_1(i)$, $r_2(i)$, $r_3(i)$ diferencialne upornosti resistivnih dvopolov, $L(i)$ je diferencialna induktivnost in $C(i)$ diferencialna kapacitivnost. Za OLM lahko izračunamo vhodno impedanco $Z(j\omega, i)$.

Predpostavimo, da je vezje na sliki 1a natančen nelinearni model nekega fizikalnega nelinearnega dvopola. Če za ta fizikalni dvopol pri izbranem enosmernem toku i izmerimo impedanco $Z_m(j\omega, i)$ v odvisnosti od krožne frekvence na nekem intervalu (o, ω), lahko iz pogoja

$$Z(j\omega, i) = Z_m(j\omega, i) \qquad 1.$$

določimo elemente OLM pri izbranem toku i. Zato naredimo meritve $Z_m(j\omega, i)$ pri raznih vrednostih enosmernega toka i, da lahko določimo odvisnost linearnih elementov r_1, r_2, r_3, L, C od enosmernega toka i. Tako je OLM popolnoma določen in naslednji postopek je sinteza DNM iz OLM, kar bomo obravnavali v naslednjem poglavju.

Bistvo metode je torej merjenje impedance $Z_m(j\omega, i)$ nekega nelinearnega dvopola, iz poteka te impedance pri določenem i pa želimo določiti vrednosti elementov OLM. Topologijo OLM izberemo na osnovi fizikalnega nadomestnega vezja nelinearnega dvopola, nato pa izračunamo optimalne vrednosti elementov OLM pri pogoju, da je razlika med vhodno impedanco OLM $Z(j\omega, i)$ ter merjeno impedanco elementa $Z_m(j\omega, i)$ čim manjša. V ta namen lahko uporabimo standardne postopke za optimizacijo linearnih vezij v frekvenčnem prostoru (2,3). Z določitvijo optimalnih elementov v OLM za razne vrednosti tokov i, dobimo zahtevano tokovno odvisnost elementov OLM, ki jo potrebujemo pri sintezi DNM. Seveda pa je možno, da pri predpostavljeni topologiji OLM ni možno doseči dobrega ujemanja med izračunano in merjeno impedanco, v takšnem primeru je topologija OLM neustrezna in običajno je potrebno dopolniti OLM z dodatnimi elementi.

Opisano metodo lahko smatramo tudi kot metodo identifikacije nelinearnega vezja (oz. sistema), kjer za osnovo identifikacije vzamemc meritve lastnosti vezja pri harmoničnih signalih majhnih amplitud.

3. Sinteza nelinearnega dinamičnega modela iz odvisnih linearnih modelov.

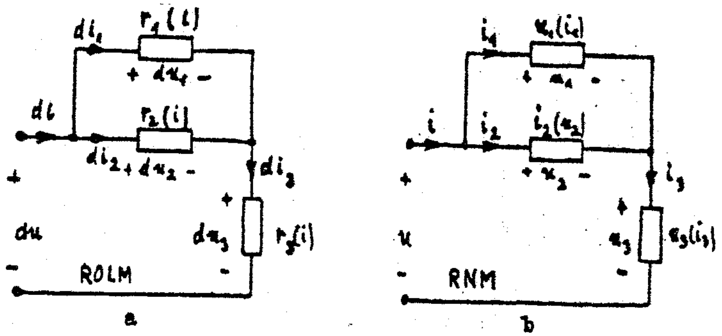
Opišimo postopek sinteze DNM (sl.1a) pri znanem OLM (sl.1b), pri tem pa naj bodo tovne odvisnosti elementov OLM naslednje:

$$r_1(i) = \frac{1}{g_o + \frac{i}{V_s}} \qquad \ldots 2a \qquad\qquad r_2(i) = \frac{g_o}{\left(g_o + \frac{i}{V_s}\right) i} \qquad \ldots 2b$$

$$r_3(i) = \frac{1}{\varphi(i + I_s)} \qquad \ldots 2c \qquad\qquad C(i) = K_D(i + I_s) \qquad \ldots 2d$$

$$L(i) = \frac{\tau V_s}{i} \qquad \ldots 2e$$

Enačbe 2a-e podajajo tokovno odvisnost elementov OLM, ki ga dobimo iz Barna-Horelickovega modela diode (4), kjer tudi gornji parametri I_s, g_o, V_s, τ, K_D, φ nastopajo. Ker resistivnim vejam v DNM ustrezajo resistivne veje v OLM, sintetiziramo najprej resistivni nelinearni model RNM iz resistivnega odvisnega linearnega modela ROLM, ki ga tvorimo iz OLM tako, da odpremo kapacitivne veje in kratko sklenemo induktivne veje. ROLM in RNM sta podana na sliki 2a in b. ROLM podaja zvezo med inkrementi napetosti in tokov posameznih vej v RNM, zato želimo iz



Slika 2

ROLM določiti vejske relacije resistivnih dvopolov v RNM. Če bi poznali za neko vejo j v ROLM odvisnost $r_j(i_j)$ (t.j. diferencialno upornost v odvisnosti od enosmernega toka preko te veje, bi lahko z integracijo funkcije $r_j(i_j)$ izračunali napetost veje j

$$u_j=\int_0^{i_j} r_j(i_j)di_j+K_j \quad , \qquad \ldots 3$$

kjer je K_j integracijska konstanta, ki določa u_j pri i_j=o . Z analizo ROLM se dobi zveza med di_j in di v obliki

$$di_j=A(i)di \qquad \ldots 4$$

kjer je A(i) tokovna ojačitev pri majhnih spremembah vhodnega toka i v RNM. Z integracijo enačbe 4 dobimo

$$i_j=\int_0^{i} A(i)di+N_j=f_j(i) \qquad \ldots 5$$

in je N_j integracijska konstanta, ki določa i_j pri i=o . Inverzna funkcija f_j^{-1}, ki podaja

$$i=f_j^{-1}(i_j) \qquad \ldots 6$$

omogoči, da $r_j(i)$ končno izrazimo v obliki $r_j(i_j)=r_j(f_j^{-1}(i_j))$ in s pomočjo enačbe 3 izračunamo tudi odvisnost $u_j(i_j)$. Če uporabimo opisani postopek za ROLM na sliki 2a in odvisnosti elementov $r_1(i)$, $r_2(i)$, $r_3(i)$ po enačbah 2a-c, dobimo

$$di_1=\frac{g_o}{g_o+\frac{i}{V_s}}di, \quad di_2=\frac{i/V_s}{g_o+\frac{i}{V_s}}di, \quad di_3=di \qquad ..\ 7$$

Pravtako lahko določimo tudi

$$du_2=\frac{g_o}{(g_o+\frac{i}{V_s})^2}di \qquad ...\ 8$$

Integracija gornjih izrazov da odvisnosti

$$i_1(i)=g_oV_s\ln(1+\frac{i}{g_oV_s}), \quad i_2(i)=i-g_oV_s\ln(1+\frac{i}{g_oV_s})=f_2(i)$$

$$i_3(i)=i, \quad u_2(i)=V_s(1-\frac{1}{1+\frac{i}{g_oV_s}}) \qquad ...\ 9$$

kjer so integracijske konstante izbrane tako, da je $i_1=i_2=i_3=o$ ter $u_2=o$ pri $i=o$. Za funkcije $i_1(i)$, $i_3(i)$ ter $u_2(i)$ lahko izračunamo inverzne funkcije eksplicitno

$$i(i_1)=g_oV_s(e^{i_1/g_oV_s}-1), \quad i(i_3)=i_3$$

$$i(u_2)=-g_oV_s(1+\frac{V_s}{V_s-u_2}) \qquad ...\ 10$$

Z vstavitvijo funkcij $i(i_1)$ in $i(i_3)$ dobimo $r_1(i_1)$ ter $r_3(i)$

$$r_1(i_1)=\frac{1}{g_o}e^{-i_1/g_oV_s}, \quad r_3(i_3)=\frac{1}{(i_3+I_s)}. \qquad ...\ 11$$

Ker ne moremo $i(i_2)$ eksplicitno določiti, pač pa lahko določimo $u_2(i)$ (enačba 9), bomo računali diferencialno prevodnost veje 2 $g(i)=di_2/du_2=1/r_2(i)$, ki ob upoštevanju enačbe 9 dobi obliko

$$g_2(u_2)=g_o(1+\frac{V_s}{V_s-u_2})\frac{V_s}{V_s-u_2}=\frac{di_2}{du_2} \qquad ...\ 12$$

Čim sedaj integriramo zadnje tri enačbe, dobimo vejske relacije dvopolov RNM v eksplicitni obliki

$$u_1(i_1)=V_s(1-e^{-i_1/g_0V_s}) \quad , \quad u_3(i_3)=\frac{1}{\theta}\ln\frac{i_3+I_s}{I_s} \quad ,$$

$$i_2(u_2)=g_0V_s(\ln\frac{V_s}{V_s-u_2}-\frac{V_s}{V_s-u_2}-1) \qquad \ldots 13$$

Preostane še določitev nelinearne kapacitivnosti in induktivnosti v DNM. Ker je napetost $u_c=u_3$ (sl.1a) in v RNM lahko izrazimo $i(u_3)$, dobimo

$$C(u_c)=K_DI_se^{\theta u_c} \qquad \ldots 14$$

po integraciji pa tudi vejsko relacijo za kapacitivni dvopol

$$q_c(u_c)=\frac{K_DI_s}{\theta}(e^{\theta u_c}-1) \qquad \ldots 15$$

Tok $i_L=i_2$ (sl. 1a) v RNM, medtem ko je z enačbo 9 podana inverzna funkcija $i=f_2^{-1}(i_2)$, ki pa je ne moremo eksplicitno izraziti, pač pa jo pri določenem i_2 lahko numerično izračunamo. Prav tako potem tudi

$$L(i_L)=\tau V_s/f_2^{-1}(i_L) \qquad \ldots 16$$

določimo numerično za izbrano vrednost i_L.

Oglejmo si sedaj postopek sinteze DNM iz danega OLM v splošnem primeru. Predpostavimo, da v OLM nastopajo R, L, C dvopoli, ki so odvisni od enosmernega toka i. Najprej bomo iz OLM tvorili ROLM, nato pa za vsako vejo j izračunali zvezo di_j/di in z integracijo dobili $i_j(i)=f_j(i)$. Po določitvi inverzne funkcije $f_j^{-1}(i_j)$ lahko $r_j(i)$ izrazimo v obliki $r_j(i_j)$. Za kapacitivne veje, kjer je v OLM diferencialna kapacitivnost C(i) podana v odvisnosti od i, je potrebno podobno kot pri resistivnih vejah eliminirati i z napetostjo kapacitivne veje u_c, potrebno odvisnost pa dobimo iz relacij v RNM. Podobno pri induktivnih vejah, kjer je podana diferencialna induktivnost L(i), eliminiramo i s tokom preko nelinearne induktivnosti i_L. Če je OLM sintetiziran na osnovi meritev impedance nelinearnega elementa $Z_m(j\omega,i)$ pri diskretnih vrednostih enosmernega toka i, so tudi RLC elementi v OLM podani pri diskretnih vrednostih toka. Pri postopku sinteze DNM se takrat vsi potrebni integrali izračunajo numerično in tako dobimo seveda vejske relacije elementov DNM, ki so podane numerično pri diskretnih vrednostih tokov ali napetosti.

4. Zaključek.

Opisan je princip metode za sintezo DNM nelinearnih dvopolnih elementov. Metoda temelji na meritvah frekvenčnega poteka impedance $Z_m(j\omega)$ (ali admitance $Y_m(j\omega)$) nelinearnega dvopola v raznih delovnih točkah. DNM vsebuje nelinearne R, L, C dvopole, kar omogoča uporabo standardnih metod za analizo vezij. Topološko strukturo DNM izberemo na osnovi primernega fizikalnega modela dvopola medtem, ko vejske relacije izračunamo z uporabo izmerjenih vrednosti $Z_m(j\omega)$. Iz izmerjenih vrednosti najprej s pomočjo optimizacijskih postopkov določimo elemente lineariziranega modela (OLM) za posamezne delovne točke, nato pa iz OLM sintetiziramo DNM. Ker DNM lahko sintetiziramo iz meritev frekvenčnega poteka $Z_m(j\omega)$ v zelo širokem frekvenčnem pasu in pri zelo velikem obsegu enosmernih tokov (oz. napetosti) nelinearnega dvopola, pričakujemo, da se bodo odzivi DNM pri vzbujanjih z visokofrekvenčnimi signali velikih amplitud dobro ujemali z dejanskimi odzivi nelinearnega dvopola. V teku so meritve frekvenčnega poteka impedance $Z_m(j\omega)$ raznih vrst diod in sinteza DNM za takšne diode.

Literatura.

1. S.R.Parker: Sinsitivity Analysis and Models of Nonlinear Circuits, IEEE Trans. on CT, št.4, nov. 1969, str. 443.
2. S.W.Director in R.A.Rohrer: Automated Network Design - The Frequency-Domain Case, IEEE Trans. on CT, št.3, avg.1969, str. 330.
3. G.J.Herskowitz: Computer-Aided Integrated Circuit Design, McGraw-Hill Book Company, 1968.
4. A.A.Barna in D.Horelick: A Simple Diode Model Including Conductivity Modulation, IEEE Trans.on CT, št.2, marec 1971, str. 233.