

M. Zirojević  
M. Aganagić  
"ENERGOINVEST" - Sarajevo

## PRIMJENA LINEARNOG PROGRAMIRANJA U OPTIMIZACIJI RASPODJELE OPTEREĆENJA U ELEKTROENERGETSKOM SISTEMU

### 1. Uvod

Program proračuna optimalne raspodjele snaga elektrana u elektroenergetskom sistemu, koji je razvijen primjenom metoda linearнog programiranja namijenjen je za direktno digitalno upravljanje sistemom. Uslov za primjenu ovih metoda je da se sistem može predstaviti linearnim sistemom jednačina uz ograničenja tipa linearnih jednakosti i nejednakosti. Ovo je moguće ako je prethodno uraden program za optimizaciju dnevнog dispečingа zasnovan na nelinearnom modelu sistema i metodama nelinearnog programiranja /3/. Tako dobijen optimalni dnevni plan raspodjele snaga i riješena raspodjela napona i tokovi snaga /2/ za sve jedinice vremena u kojima se opterećenje smatrao konstantnim, omogućuje predstavljanje sistema linearnim za relativno mala odstupanja opterećenja od predpostavljenih. Ova linearizacija se ogleda u zanemarenju promjene gubitaka snage u sistemu, promjene reaktivnih snaga i aktivnih (faznih) komponenti čvornih napona. Ove veličine smatraju se konstantnim i daju im se vrijednosti izračunate programom za proračun tokova snage. Promjenjive aktivne snage generatora  $P_g$  i imaginarne komponente čvornih napona posmatraju se kao veličine sastavljene od po dva dijela: konstantnih  $P_g^*$  i  $V_g^*$ , koji su izračunati dnevnim planom i promjenjivih  $\rho$  i  $\xi$ , koje treba izračunati.

### 1. 1. Funkcija troškova proizvodnje TE i ekvivalentnih troškova proizvodnje HE

Zavisnost troškova proizvodnje TE od snage na izlazu TE može se dobro aproksimirati pravcima na segmentima. Za ovu linearnu interpolaciju dovoljno je uzeti 3 do 4 segmenta. Pošto postoji izračunat optimalan plan proizvodnje  $P_e^*$  i smatra se da u jednom intervalu vremena trenutne vrijednosti ne odstupaju mnogo od ove vrijednosti, to se uvijek može smatrati da je funkcija troškova data linearnom zavisnošću od inkrementalne snage  $\dot{P}_e$ , vodeći računa o segmentu na koji pada  $P_e^*$ . Ukupni troškovi proizvodnje svih TE mogu se sada izražiti ovako:

$$F_{re} = \sum_{j=1}^t c_j (P_{ej}^* + P_{ej}) + b_j \quad (1)$$

gdje je  $t$  broj generatora u svim TE, a  $c_j$  i  $b_j$  koeficijenti linearne funkcije troškova  $j$ -tog generatora na segmentu određenom sa  $P_{ej}^*$  (slika 1).

Rješenje dnevнog plana proizvodnje sistema HE i TE nelinearnim metodama daje i inkrementalne troškove TE

$$\lambda_i = \frac{\frac{\partial F}{\partial P_{re}}}{1 - \frac{\partial L_i}{\partial P_{re}}} \quad (2) \text{ koji su konstantni u jednom intervalu vremena i jednaki za sve generatore TE. Isto tako dobijene su i inkrementalne cijene vode u HE: } f_i = \frac{\lambda_i (1 - \frac{\partial L_i}{\partial P_{re}})}{\frac{\partial Q_{HE}}{\partial P_{re}}}$$

(3) koja je konstantna za svaki generator HE u jednom intervalu vremena. Ovdje su  $L_i$  gubici snage u sistemu, a  $Q_{HE}$  protok vode kroz turbinu generatora  $i$  u HE. Sada se mogu formulirati ekvivalentni troškovi proizvodnje HE kao:

$$F_{HE} = f_i \cdot Q_i \quad \text{odnosno ekvivalentnom linearizacijom funkcije } Q = Q(P_e) \quad \text{kao za TE ima se:}$$

$$F_{HE} = f_i \cdot c_i (P_{en}^* + P_{en}) + b_i \quad (4)$$

Analizom ove postavke pokazalo se da će ukupna potrošnja vode ostati jednaka zadanoj, ako taj uslov već zadovoljava

plan proizvodnje HE.

Na ovaj način može se iz (1) i (4) formirati funkcija cilja

$$F = \sum_{n=1}^h F_{HE,n} + \sum_{j=1}^t F_{TE,j} \quad (5)$$

i formulisati zadatak nalaženja raspodjele opterećenja HE i TE, takve da daje minimum ove funkcije cilja uz slijedeća ograničenja.

### 1. 2. Ograničenja

Snage svih generatora ograničene su minimalnom i maksimalnom snagom:

$$P_e^{min} \leq P_e^* + P_e \leq P_e^{max} \quad (6)$$

Zbog inercije (naročito u TE) ograničena je promjena snage svakog generatora :

$$P_e \leq P_e^{max} \quad (7)$$

i moguća promjena snage pri manjim snagama zavisi od trenutne snage :

$$P_e \leq \alpha P_e^* \quad (8)$$

Zbog zasićenosti generatora moguća promjena snage ograničena je zavisno od razlike između maksimalne snage generatora i njegove trenutne snage:

$$P_e \leq \beta (P_e^{max} - P_e^*) \quad (9)$$

Ova ograničenja prikazana su slikom 2.

Prenesena snaga u liniji k od čvora i prema čvoru j, ograničena je maksimalnom snagom koja se može prenijeti tom linijom

$$(-P_{max,k}) \leq P_e \leq P_{max,k} \quad (10)$$

Prenosna snaga  $P_k$  dobije se iz osnovnih jednačina mreže:

$$P_{ij} + j Q_{ij} = (V_{pi} + j V_{gi}) \left\{ \frac{(V_{pi} + j V_{gi}) - (V_{pj} + j V_{gj})}{R_k + j X_k} \right\}^* \quad (11)$$

poslije zanemarenja omskog otpora linije  $R_k$  i linearizacije sa  $Q_{ij}$  = konst,  $V_p$  = konst,  $V_g^*$  = konst i  $V_g = V_g^* + \bar{v}_g$  kao:

$$P_k = P_j = -P_i = \frac{-V_{pi}^* v_{gi} + V_{pj}^* \cdot \bar{v}_{gi}}{X_k} \quad (12)$$

U svakom trenutku vremena mora biti zadovoljen bilans aktivne snage u svakom čvoru. Ovo ograničenje je tipa linearne jednakosti:

$$\sum_{j \in UP(i)} P_{ej} - P_{ei} - \sum_{j \in UN(i)} P_{ij} = 0 \quad i = 1, \dots, n_c \quad (13)$$

gdje je:

$$\sum_{j \in UP(i)} P_{ej} - \text{ukupna proizvedena snaga u čvoru } i$$

$$UP(i) - \text{skup indeksa generatora vezanih u čvoru } i$$

$$P_{ei} - \text{potražnja snage u čvoru } i$$

$$\sum_{j \in UN(i)} P_{ij} - \text{ukupna transportovana snaga iz čvora } i \text{ preko} \\ \text{vezanih linija}$$

$$UN(i) - \text{skup indeksa čvorova vezanih za čvor } i$$

Poslije linearizacije u smislu dosada navedenog (pošto je ovo ograničenje zadovoljeno za planiranu raspodjelu) može se jednačina 13. zapisati kao:

$$\sum_{j \in UP(i)} P_{ej} - P_{ei} - \sum_{j \in UN(i)} P_{ij} = 0 \quad i = 1, \dots, n_c \quad (14)$$

gdje sve inkrementalne snage predstavljaju odstupanje od planiranih dnevnim planom.

## 2. Metoda rješavanja

Na osnovu optimalnog dnevnnog plana i tokova snaga koji su predhodno izračunati određuju se koeficijenti funkcije cilja  $C_j$  prema segmentu na koji padaju vrijednosti  $P_e^*$  i linije kojima se prenose snage bliske dozvoljenim. Isto tako se u ovoj predhodnoj fazi sračunavaju sve vrijednosti konstantne za određeni vremenski interval.

Za rješavanje ovog zadatka iskorišten je dualni simplexni algoritam. Za formuliranje dualnog zadatka potrebno je izvršiti slijedeća sračunavanja koeficijenata ovog zadatka.

Generatorska ograničenja (6 - 9) mogu se zapisati u sažetoj formi:

$$\begin{aligned} P_i &\geq -\gamma_i \\ -P_i &\geq -w_i \quad i = 1, \dots, n_g \end{aligned}$$

gdje su

$$w_i = \min \left\{ P_{max} - P_{e_i}^*, P_{min_i}, \alpha P_{e_i}^*, \beta (P_{max} - P_{e_i}^*) \right\}$$

$$i \quad \gamma_i = P_{e_i}^* - P_{min_i} \quad \text{ili u matičnoj formi:}$$

$$P \geq -Y \quad (2.1)$$

$$-P \geq -W \quad (2.2)$$

gdje je  $P = [P_i]_{n_g \times 1}$  vektor kolona varijacija snaga generatora,

$Y = [\gamma_i]_{n_g \times 1}$  i  $W = [w_i]_{n_g \times 1}$ .  
Uсловi zadovoljenja potrošača opisani su sa:

$$\sum_{j \in \mathcal{N}(i)} P_j - \left[ \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \frac{V_{ji}^*}{X_{kj}} \right] V_{ii} + V_{pi}^* \sum_{j \in \mathcal{N}(i)} \frac{1}{X_{kj}} V_{jj} \geq P_i \quad (2.3)$$

gdje je  $i = 1, \dots, n_c$ .

Ove nejednačine moguće je zapisati u matičnoj formi:

$$DP - NV \geq P \quad (2.4)$$

gdje su:  $D = [d_{ij}]$ ;  $d_{ij}$  je  $i$ -ta sabirnica povezana sa  $j$ -tom  $\gamma_j$  i  $d_{ij} = 0$  u protivnom,  $N$  je matrica koeficijenata uz varijacije napona nejednačine (2.3),  $V = [V_{ij}]$

vektor kolona varijacija napona i  $P = [P_i]_{n_g \times 1}$  vektor kolona varijacijske potražnje.

Ograničenja na prenesenu snagu su:

$$\frac{Y_{pi}^*}{X_k} V_{2i} - \frac{Y_{pj}^*}{X_k} V_{2j} \geq -Z_k \quad (2.5)$$

gdje je  $Z_k = P_{k\max} - P_k^*$

Matična forma ograničenja (2.5) je:

$$M \cdot V \geq -Z \quad (2.6)$$

gdje je  $M$  matica koeficijenata nejednačine (2.5) i

$$Z = [Z_k]_{n_k \times 1}$$

Funkcija cilja je:

$$F = \sum_{j=1}^{n_k} C_j \cdot P_{ej};$$

odnosno

$$F = C^T \cdot P \quad (2.7)$$

Zadatak minimizacije linearne forme (2.7) pri ograničenjima (2.1), (2.2), (2.4) i (2.6) zamjenjuje se odgovarajućim dualnim zadatkom, tj. zadatkom maksimizacije linearne forme:

$$F_d = -Y^T \cdot U_Y - W^T \cdot U_W + P^T \cdot U_P - Z^T \cdot U_Z$$

pri ograničenjima:

$$E \cdot U_Y - E \cdot U_W + D \cdot U_D = C \quad U_Y, U_W, U_D, U_Z \geq 0$$

$$-N \cdot U_P + M \cdot U_Z = 0$$

gdje su:  $U_Y, U_W, U_D, U_Z$  vektori dualnih promjenljivih,  $E$  jedinična matica i  $0$  nul matica.

Prelaz sa dualnog na primarni zadatak izvršen je zbog toga što rješavanje primarnog zadatka zahtjeva uvođenje velikog broja dopunskih promjenljivih (originalne promjenljive nisu ograničene na znak i ograničenja su tipa nejednakosti).

Promjenljive dualnog zadatka su nenegativne i ograničenja su tipa jednakosti što omogućava direktnu primjenu nekog od simpleksnih algoritama bez uvođenja dopunskih promjenljivih. Zamjena primarnog zadatka dualnim je korektna jer postoji jednoznačna veza između rješenja primarnog i dualnog zadatka /4/.

Pri rješavanju bilo primarnog ili dualnog zadatka potrebno je odrediti polazno rješenje za primjenu simpleksnog algoritma.

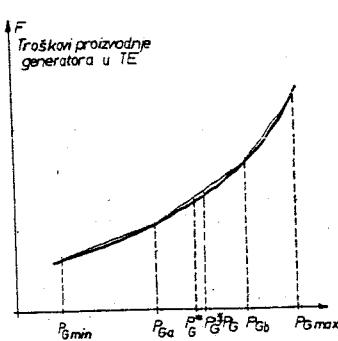
Može se pokazati da je određivanje polaznog rješenja dualnog zadatka vrlo jednostavno ako se za rješavanje koristi dualni simpleksni algoritam /4/.

### 3. Zaključak

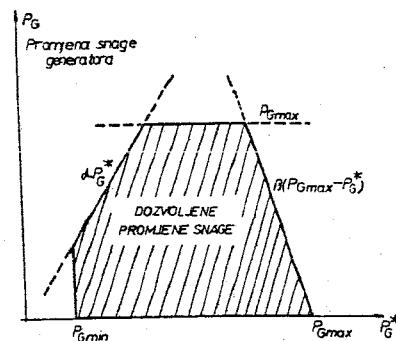
Program koji je napravljen po ovom metodu u jeziku FORTRAN II pokazao se dobro konvergentnim i u odnosu na nelinearne metode mnogo bržim što mu predstavlja osnovnu prednost koja ga opredjeljuje za direktno upravljanje sistemom. Smanjenja troškova koja su postignuta ovim programom, obzirom na zahtjev predhodnog sračunavanja optimalnog dnevног plana bila su relativno malena. Značajan nedostatak ove metode je angažovanje velikih kapaciteta memorije u primjeni kod većih mreža, zbog čega se takve mreže moraju dekomponovati. Sa druge strane program znatno povećava sigurnost snabdjevanja potrošača energijom i omogućava postavljenje dodatnih zahtjeva na kvalitet napona.

### 4. Literatura

1. C. M. Shen, M. A. Langhton: "Power-system load scheduling with security constraints using dual linear programming". PROC, IEE, vol 117, No. 11, November 1970.
2. B. Draženović, I. A. Latif, L. Deak, M. Žirojević: "Komparacija metoda za rješavanje raspodjele napona i tokova snage u električnim mrežama", CIGRE, Dubrovnik 1970.
3. A. Mandžić, Lj. Tošović, M. Žirojević: "Primjena dinamičkog programiranja i Lagrange-ovih multiplikatora u optimizaciji dnevног dispečinga sistema hidro i termoelektrana", CIGRE, Dubrovnik 1970.
4. D. B. Iudin, E. G. Golstein: Lineinoe programmirovaniye, FIZMATGIZ 1963.



SLI. 1 ILLUSTRACIJA LINEARIZACIJE  
FUNKCIJE TROŠKOVA



SLI. 2 DOZVOLJENE PROMJENE  
SNAZE GENERATORA

