B. Draženović
Lj. Tošović
M. Zirojević
"ENERGOINVEST" - Sarajevo

OPTIMALNA DENIVELACIJA AKUMULACIONIH HIDROELEKTRANA

U V O D

Određivanje optimalne raspodjele snaga među elektranama u elektroenergetskom sistemu je neophodan uslov za ekonomičan rad sistema. Elektroenergetski sistem sastoje se od hidroelektrana, termoelektrana, prenosne mreže i potrošača.

Snage hidroelektrana zavise od protoka vode kroz turbine i nivoa gornje vode u akumulacijama. Egzaktna forma ove zavisnosti je veoma složena, a na osnovu eksperimentalnih podataka može se napraviti prilično dobra aproksimacija slijedećom kvadratnom formom /4/:

$$Q_{n,i}=(a_{1,n}+a_{2,n}\cdot h_{n,i}+a_{3,n}\cdot h_{n,i}^2)+(a_{4,n}+a_{5,n}\cdot h_{n,i}+a_{6,n}\cdot h_{n,i}^2)P_{n,i}+ \quad (1)$$
$$+(a_{7,n}+a_{8,n}\cdot h_{n,i}+a_{9,n}\cdot h_{n,i}^2)P_{n,i}^2$$
$$n=1,\dots,N \qquad i=1,\dots,T$$

Dotok vode u jezera smatra se posnatim i načelno različitim u svakom intervalu vremena. Kao rezultat dugoročne optimizacije (prognoze konzuma i meteoroloških prilika) smatraju se određenim početni i krajnji nivo vode u akumulacijama, što odgovara raspoloživoj količini vode koja se treba utrošiti u datom periodu vremena. Za svaku akumulaciju postoje tzv. "linije zapremine" iz kojih se mogu dobiti podaci o površini jezera na različitim nivoima vode. Ova zavisnost površine jezera od visine gornje vode može se aproksimirati kvadratnom funkcijom: /4/:

$$S_{n,i} = c_{0,n} + c_{1,n} \cdot h_{n,i} + c_{2,n} \cdot h_{n,i}^2 \qquad (2)$$
$$n = 1, \ldots, N \qquad i = 1, \ldots, T$$

Termoelektrane u sistemu predstavljene su jednom ekvivalentnom termoelektranom (raspodjela snaga među termoelektranama može se lako odrediti metodom Lagrange-ovih multiplikatora) i data je zavisnost troškova od snage ove ekvivalentne termoelektrane:

$$F_i = f_0 + f_1 \cdot P_{N+1,i} + f_2 \cdot P_{N+1,i}^2 \qquad (3)$$
$$i = 1, \ldots, T$$

Ovi troškovi smatraju se jedinim troškovima u sistemu.

Snage hidroelektrana i snaga termopodsistema ograničene su tehničkim uslovima:

$$P_{min,n} \leq P_{n,i} \leq P_{max,n} \qquad (4)$$
$$n = 1, \ldots, N, N+1 \qquad i = 1, \ldots, T$$

Prenosna mreža sistema predstavljena je stalnim koeficijentima gubitaka, tako da su gubici dati kao kvadratna forma snaga elektrana:

$$L = \sum_{m=1}^{N+1} \sum_{n=1}^{N+1} B_{m,n} \cdot P_{m,i} \cdot P_{n,i} \qquad i = 1, \ldots, T \qquad (5)$$

Potrošači u sistemu predstavljeni su ukupnom potražnjom snage D_i u svakom intervalu vremena.

F O R M U L A C I J A   Z A D A T K A

Naći skup snaga hidroelektrana u sistemu u svim intervalima posmatranog perioda vremena koji daje minimum ukupnih troškova termopodsistema uz zadovoljenje slijedećih ograničenja:

1. U svakom intervalu vremena mora biti zadovoljen bilans snaga:

$$\sum_{n=1}^{N+1} P_{n,i} = D_i + L_i \qquad i = 1, \ldots, T \qquad (6)$$

2. Promjene nivoa vode u akumulacijama hidroelektrana jednake su zadanim:

$$\delta h_n = h_{n,1} - h_{n,T} \qquad n = 1, \dots, N \tag{7}$$

3. Snage hidroelektrana i snaga termopodsistema ograničene su tehničkim uslovima (4).
4. Nivoi vode u akumulacijama ne smiju biti manji od minimalno niti veći od maksimalno dozvoljenih nivoa:

$$h_{min,n} \leq h_{n,i} \leq h_{max,n} \qquad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, T \tag{7a}$$

M E T O D A   R J E Š A V A N J A

Količina vode koja se može utrošiti u određenom danu predpostavljena je dugoročnim planiranjem i određena je početnom visinom $h_{n,1}$, krajnjom visinom $h_{n,T}$ i dotocima vode u pojedinim satima.

Prvo se predpostave visine nivoa akumulacije po satima $h_{n,2}, h_{n,3}, \dots, h_{n,24}$ u pojedinim hidroelektranama. Zatim se izračunaju odgovarajući protoci po formuli:

$$Q_{n,i} = \int_{h_{n,i-1}}^{h_{n,i}} S(h)dh + K_i \qquad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, T \tag{8}$$

Protoci moraju zadovoljavati ograničenja:

$$Q_{n,min} \leq Q_{n,i} \leq Q_{n,max} \qquad n = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, T \tag{9}$$

Iz karakteristika $Q = Q(h, P)$ izračunavaju se snage koje moraju zadovoljiti slijedeća ograničenja

$$P_{N+1,max} + \sum_{n=1}^{N} P_{n,i} \geq D_i + L(P_{N+1,max}, P_{1,i}, \dots, P_{N,i})$$

$$P_{N+1,min} + \sum_{n=1}^{N} P_{n,i} \leq D_i + L(P_{N+1,min}, P_{1,i}, \dots, P_{N,i}) \tag{10}$$

Ova ograničenja proističu iz tehničkih ograničenja na termosnagu kada se uvrste u jednačinu bilansa snaga(6). Iz dobijenih $P_{n,i,min}$ i $P_{n,i,max}$ izračunavaju se odgovarajući protoci. Od ova dva tipa ograničenja (9) i (10) mjerodavna su unutrašnja ograničenja tj. vrijedi u svakom satu:

$$\max(Q_{n,min}, Q_{n,i,min}) \leq Q_{n,i} \leq \min(Q_{n,max}, Q_{n,i,max}) \tag{11}$$

U okolini ove početne raspodjele variraju se visine u svim satima za $\pm \Delta h_n$ (osim početne i krajnje visine). Priraštaji količine vode, tj. protoka u odgovarajućim jedinicama su:

$$\Delta Q1_{n,i} = \int_{h_{n,i}}^{h_{n,i}+\Delta h_n} S(h)dh \qquad \Delta Q2_{n,i} = \int_{h_{n,i}-\Delta h_n}^{h_{n,i}} S(h)dh \tag{12}$$

Razmotrimo interval i. Na početku intervala moguća stanja su $h_{n,i}+\Delta h_n, h_{n,i}, h_{n,i}-\Delta h_n$. Iz tih stanja može se preći u stanja $h_{n,i+1}+\Delta h_n, h_{n,i+1}, h_{n,i+1}-\Delta h_n$ na početku intervala i + 1 na najviše tri načina i to:

$$\begin{array}{llllll} \text{iz} & \text{u } h_{n,i+1}+\Delta h_n & \text{iz} & \text{u } h_{n,i+1}+\Delta h_n & \text{iz} & \text{u } h_{n,i+1}+\Delta h_n \\ h_{n,i}+\Delta h_n & \text{u } h_{n,i+1} & h_{n,i} & \text{u } h_{n,i+1} & h_{n,i}-\Delta h_n & \text{u } h_{n,i+1} \\ & \text{u } h_{n,i+1}-\Delta h_n & & \text{u } h_{n,i+1}-\Delta h_n & & \text{u } h_{n,i+1}-\Delta h_n \end{array} \tag{13}$$

iz čega rezultira sedam protoka

$$\begin{array}{ll} Q_{n,i}-\Delta Q1_{n,i}-\Delta Q2_{n,i} & Q_{n,i}+\Delta Q2_{n,i} \\ Q_{n,i}-\Delta Q1_{n,i} & Q_{n,i}+\Delta Q1_{n,i} \\ Q_{n,i}-\Delta Q2_{n,i} & Q_{n,i}+\Delta Q1_{n,i}+\Delta Q2_{n,i} \\ Q_{n,i} & \end{array} \tag{14}$$

Međutim, od protoka su mogući samo oni koji zadovoljavaju ograničenja (9) i (10). Iz mogućih protoka izračunaju se odgovarajuće snage iz karakteristika $Q=Q(h,P)$.
Ovo su veličine koje će biti potrebne za nalaženje optimalne trajektorije, tj. optimalne raspodjele protoka u jednoj iteraciji. Zatim se izračunaju, za početnu raspodjelu, po satima:

- termosnaga iz jednačine bilansa snaga (6),
- troškovi proizvodnje termosnage iz jednačine (3),
- gubici snage iz jednačine (5)
- specifični troškovi $t_i = \dfrac{dF_i}{dP_{N+1,i}}$ (15)
- težinski faktori

$$G_{n,i} = t_i \frac{\dfrac{\partial L_i}{\partial P_{n,i}} - 1}{\dfrac{\partial L_i}{\partial P_{N+1,i}} - 1} \tag{16}$$

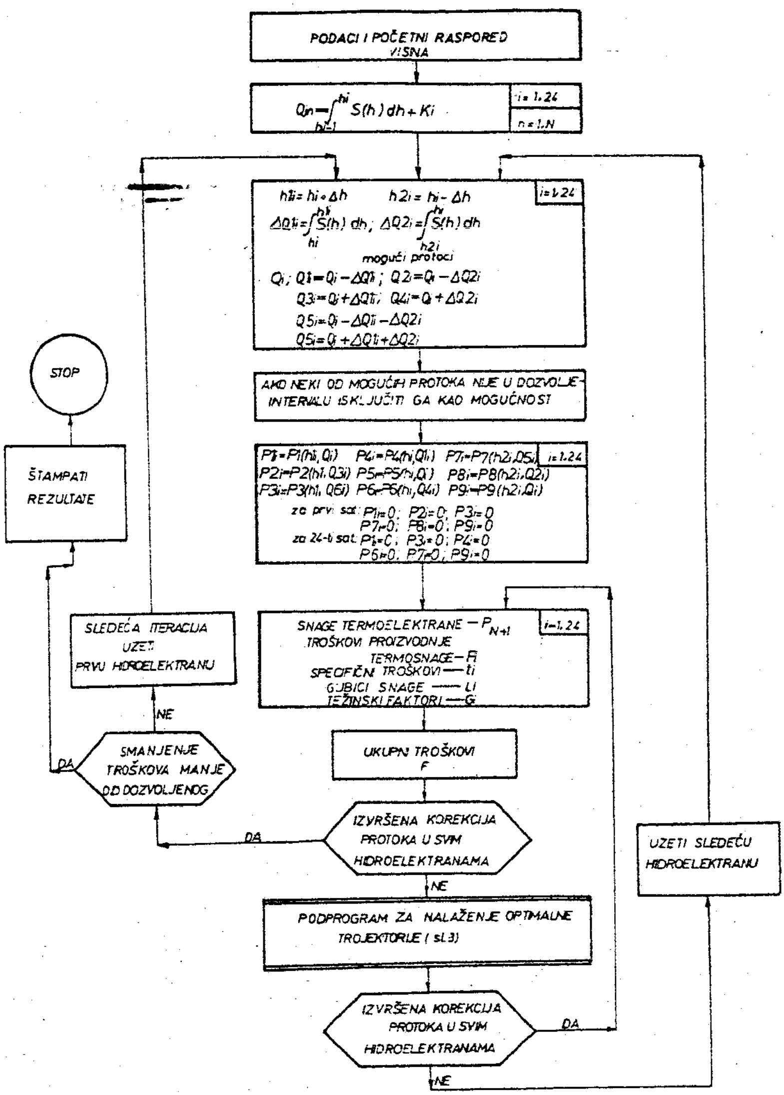
Sada se razmatra prva hidroelektrana kao nepoznata i za nju se traži optimalna raspodjela. Koristi se metoda inkrementalnog dinamičkog programiranja (metoda lutajuće cijevi) koja je detaljnije obrađena u prilogu. Snage i protoci ostalih elektrana drže se na konstantnim vrijednostima dobijenim iz početne raspodjele. Po određivanju optimalnih protoka za prvu hidroelektranu vrši se korekcija protoka za drugu hidroelektranu pri čemu su $P_{1,i} = P_{1,i,opt}$; $i = 1, \cdots, T$. Kada se provede račun za sve hidroelektrane, tj. izvrši prva iteracija, računaju se ukupni troškovi goriva termoelektrane:

$$F = \sum_{i=1}^{T} F_i \qquad (17)$$

Ovi troškovi se upoređuju sa ukupnim troškovima početne raspodjele i, ako je redukcija manja od predviđenog minimalnog iznosa, računanje se završava i dobijeni rezultati daju optimalnu raspodjelu snaga. Međutim, redukcija troškova poslije prve iteracije skoro je uvijek veća od predviđenog iznosa i, ako je tako, ide se u slijedeću iteraciju i računanje se završava kada je test zadovoljen, tj. kada je smanjenje troškova neznatno. Tok računanja dat je na slici 1.

Z A K L J U Č A K

Program je napravljen u jeziku FORTRAN II i testiran na jednostavnijim primjerima elektrana BiH. Koeficijenti svih aproksimiranih funkcija dobijani su iz eksperimentalnih podataka primjenom metode najmanjih kvadrata greške. Konvergencija ovih programa u odnosu na programe kod kojih se nivo smatra konstantnim /1/ je neznatno slabija.



SL. 1
TOK PRORAČUNA

P R I L O G

Pošto se korekcija protoka u hidroelektranama izvodi sukcesivno, elektroenergetski sistem se svodi na sistem od jedne termo i jedne hidroelektrane. Jednačina bilansa snage (7) može se pisati

$$P_{N+1,i} + P_{r,i} = \left(D_i - \sum_{n=1}^{r-1} P_{n,i} - \sum_{n=r+1}^{N} P_{n,i}\right) + L_i \tag{1}$$

te se, bez uticaja na opštost, može pisati

$$P_{N+1,i} + P_{n,i} = D_i + L_i \tag{1a}$$

I t e r a c i j a 1.

Prvi korak je poboljšavanje početne raspodjele. Iz jednačine (13) slijedi:

$$dP_{N+1} + dP_n = dL = \frac{\partial L}{\partial P_{N+1}} dP_{N+1} + \frac{\partial L}{\partial P_n} dP_n \tag{2}$$

ili

$$dP_{N+1} = \frac{1 - \frac{\partial L}{\partial P_n}}{1 - \frac{\partial L}{\partial P_{N+1}}} dP_n \tag{3}$$

Neka je bilo koja druga vrijdnost različita od $Q^{\circ}_{n,i}$ koja obezbjeđuje da je promjena $\left[P(Q_{n,i}) - P(Q^{\circ}_{n,i})\right] = \left(P_{n,i} - P^{\circ}_{n,i}\right)$ mala. Iz jednačine (15) slijedi da se odgovarajuća promjena termičke snage može aproksimirati sa

$$\Delta P_{N+1,i} = -\frac{\left(1 - \frac{\partial L}{\partial P_n}\right)_{(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i})}}{\left(1 - \frac{\partial L}{\partial P_{N+1}}\right)_{(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i})}} \left(P_{n,i} - P^{\circ}_{n,i}\right) \tag{4}$$

Promjena generisane hidrosnage aproksimativno košta

$$\Delta F(P_{N+1,i}) = \frac{dF(P_{N+1,i})}{dP_{N+1,i}} \Delta P_{N+1,i} \tag{5}$$

odnosno je $\Delta F(P_{N+1,i}) = t(P_{N+1,i}) \Delta P_{N+1,i} = -G(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i})(P_{n,i} - P^{\circ}_{n,i})$ (6)

gdje je
$$G(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i}) = t(P_{N+1,i}) \frac{\left(1 - \frac{\partial L}{\partial P_n}\right)_{(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i})}}{\left(1 - \frac{\partial L}{\partial P_{N+1}}\right)_{(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i})}} \tag{7}$$

i $G(P^{\circ}_{n,i}, P_{N+1,i})$ su pozitivne konstante. Treba izabrati takvu novu raspodjelu protoka koja minimizira izraz:

$$\sum_{i=1}^{T} t(P_{N+1,i}) \Delta P_{N+1,i} = \sum_{i=1}^{T} \Delta F(P_{N+1,i}) \tag{8}$$

ili što je ekvivalentno da se maksimizira

$$\sum_{i=1}^{T} G(P^{o}_{n,i}, P_{N+1,i})(P_{n,i} - P^{o}_{n,i}) \tag{9}$$

Pošto je $P^{o}_{n,i}$ konstantno, treba maksimizirati izraz

$$\sum_{i=1}^{T} G(P^{o}_{n,i}, P_{N+1,i}) P_{n,i} \tag{10}$$

Izraz (22) može se nazvati težinski odvagnuti izlaz hidroelektrane, gdje su težinski faktori

$$G(P^{o}_{n,i}, P_{N+1,i}) \qquad i = 1, \cdots, T \tag{11}$$

I t e r a c i j a „j"

U iteraciji „j" treba maksimizirati izraz

$$\sum_{i=1}^{T} G(P^{j-1}_{n,i}, P_{N+1,i}) P_{n,i} \tag{12}$$

Veličina $G(P^{j-1}_{n,i}, P_{N+1,i})$ može se interpretirati kao inkrementalna vrijednost proizvodnje na pragu hidroelektrane u i-tom satu u j-toj iteraciji.

M A K S I M I Z A C I J A T E Ž I N S K I O D V A G N U T O G I Z L A Z A

Zadatak zahtijeva maksimizaciju funkcije od 24 promjenjljive. Koristeći proceduru inkrementalnog dinamičkog programiranja ovaj problem može da se svede na sekvencu maksimizacionih problema po jednoj promjenjljivoj. Riječ "inkrementalni" označava činjenicu da je u svakoj iteraciji pretraživanje u cilju poboljšanja hidroraspodjele ograničeno na okolinu optimalne hidroraspodjele određene u prethodnoj iteraciji.

Procedura se sastoji u slijedećem:
Za svako moguće stanje na početku 24-og časa, određuje se optimalni režim rada u toku 24-og časa. Ovaj rezultat se koristi za sračunavanje optimalne raspodjele u toku dva posljednja časa za bilo koje moguće stanje na početku 23-eg časa. Radeći "unazad" optimalni radni režim se određuje sukcesivno za posljednja tri časa, posljednja četiri časa i tako dalje dok

se ne odredi optimalni radni režim za cijeli dan. Maksimalni težinski odvagnuti izlazi označeni su na

gdje je

$$R1_{n,24} = G_{n,24} \cdot P(h1_{n,i}, Q3_{n,i})$$
$$R_{n,24} = G_{n,24} \cdot P(h_{n,i}, Q_{n,i})$$
$$R2_{n,24} = G_{n,24} \cdot P(h2_{n,i}, Q2_{n,i}) \tag{13}$$

$$R_{n,i} = \max \begin{vmatrix} G_i \cdot P(h_{n,i}, Q1_{n,i}) + R1_{n,i+1} \\ G_i \cdot P(h_{n,i}, Q_{n,i}) + R_{n,i+1} \\ G_i \cdot P(h_{n,i}, Q4_{n,i}) + R2_{n,i+1} \end{vmatrix}$$

$$R1_{n,i} = \max \begin{vmatrix} G_i \cdot P(h1_{n,i}, Q_{n,i}) + R1_{n,i+1} \\ G_i \cdot P(h1_{n,i}, Q3_{n,i}) + R_{n,i+1} \\ G_i \cdot P(h1_{n,i}, Q6_{n,i}) + R2_{n,i+1} \end{vmatrix} \tag{14}$$

$$R2_{n,i} = \max \begin{vmatrix} G_i \cdot P(h2_{n,i}, Q5_{n,i}) + R1_{n,i+1} \\ G_i \cdot P(h2_{n,i}, Q2_{n,i}) + R_{n,i+1} \\ G_i \cdot P(h2_{n,i}, Q_{n,i}) + R2_{n,i+1} \end{vmatrix}$$

Za prvi sat

$$R_{n,1} = \max \begin{vmatrix} G_1 \cdot P(h_{n,1}, Q1_{n,1}) + R1_{n,2} \\ G_1 \cdot P(h_{n,1}, Q_{n,1}) + R_{n,2} \\ G_1 \cdot P(h_{n,1}, Q4_{n,1}) + R2_{n,2} \end{vmatrix} \tag{15}$$

Sva sračunavanja odnose se samo na moguće prelaze. Kada neko stanje ili protok nisu mogući onda se sračunavanje ne vrši. Ilustracija metode i tok računanja prikazani su na slikama 2. i 3.

O Z N A K E

N – broj hidroelektrana

T – period vremena

$Q_{n,i}$; $P_{n,i}$; $h_{n,i}$; $S_{n,i}$; $\delta h_{n,i}$ – respektivno protok, snaga, nivo, površina jezera, pad nivoa hidroelektrane n u intervalu i

$a_{1,n}, \ldots, a_{9,n}$ – koeficijenti karakteristike hidroelektrane n

$c_{0,n}$; $c_{1,n}$; $c_{2,n}$ – koeficijenti površine jezera n

F_i – troškovi termopodsistema u vremenskom intervalu i

F – ukupni troškovi termopodsistema u periodu T

f_0; f_1; f_2 – koeficijenti funkcije troškova termopodsistema

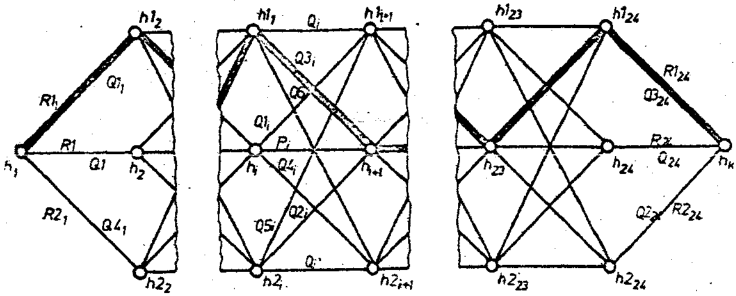
$P_{N+1,i}$ – snaga termopodsistema u intervalu i

L_i; D_i – gubici i potražnja snage u sistemu u intervalu i

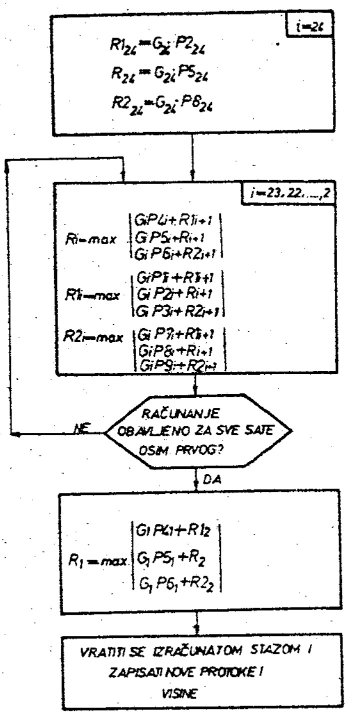
B_{min} - koeficijenti gubitaka snage u sistemu
Δh_n - zadani pad nivoa akumulacije n
$P_{n,min}$; $P_{n,max}$; $h_{n,min}$; $h_{n,max}$ - respektivno: minimalna i maksimalna snaga, minimalni i maksimalni nivo elektrane n
K_i - dotok vode u intervalu i
$G_{n,i}$ - težinski faktori hidroelektrane n u intervalu i
t_i - specifični troškovi termoelektrane u intervalu i
$R_{n,i}$-maksimalni težinski odvagnuti izlazi hidroelektrane n u intervalu i

L I T E R A T U R A

/1/ A. Mandžić, Lj. Tošović. M. Zirojević: "Primjena dinamičkog programiranja i metoda Lagrange-ovih multiplikatora u optimizaciji dnevnog dispečinga" JNK CIGRE DUBROVNIK 1970.
/2/ B. Bernholtz, L. J. Graham: "Hydrotermal Economic Scheduling" Power Apparatus and Systems Part I December 1960 and part II February 1962.
/3/ S. E. Dreyfus: "Dynamic Programming and the Caluculus of Variations" New York, London 1965.
/4/ B. Mesihović: "Aproksimacija nekih funkcija u elektroenrgetici" Saopštenje Naučnog Vijeća IRCA - ENERGOINVEST SARAJEVO 1970.



SL. 2 ILUSTRACIJA METODE



SL. 3

PODPROGRAM ZA NALAŽENJE OPTIMALNE TRAJEKTORIJE