

J. Dekleva

I. Zanchi

Sveučilište u Zagrebu - ETF Split

DOPRINOS RAČUNANJU SPEKTRA OSCILATORA NA GRANICI SINHRONIZACIJE

Mikrovalni oscilator (ukratko oscilator) u kojega injektiramo snagu iz izvora stabilne frekvencije:

- radi u stabiliziranom (locked) režimu za $\Delta\omega < \Delta\omega_{\max}$,
- moduliran je sinhronizacionim signalom za $\Delta\omega > \Delta\omega_{\max}$ i
- ne osijeća utjecaj injektiranog signala za $\Delta\omega \gg \Delta\omega_{\max}$.

Smatramo da je $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_0$, gdje je ω_0 kružna frekvencija samouzudjivanog oscilatora, ω_1 je kružna frekvencija injektiranog signala i $\Delta\omega_{\max}$ je maksimalna razlika između frekvencije oscilatora i frekvencije injektiranog signala kod koje je još moguća sinhronizacija.

Problemu sinhronizacije pomoću injektirane snage stabilnog oscilatora poklonjena je u literaturi puna pažnja [1/2/3/4/]. U ovom članku je opisana metoda za računanje spektra oscilatora, kada se taj nalazi u modulacionom režimu ($\Delta\omega > \Delta\omega_{\max}$).

Oscilator smo zamijenili shemom paralelnih elemenata: $Y_d = G_d + jB_d$ (admitancija mikrovalne diode), LCG (elementi rezonatora bez diode) i Y_v (izlazna admitancija oscilatora). Izlaznu admitanciju Y_v definiramo pomoću relacije:

$$Y_v = (i + i_1) / (v + v_1) = G_v(\omega) + jB_v(\omega) + (A + jB)e^{-j\theta(t)},$$

gdje su $i - v$ strujno-naponski par oscilatora i $i_1 - v_1$ strujno-naponski par injektiranog signala.

Ukupna admitancija koju vidi oscilator Y_v sastavljena je od pasivne admitancije $G_v(\omega) + jB_v(\omega)$ i jednog vremenski promjenjivog člana $(A + jB)e^{-j\theta(t)} = [G_v(\omega)(I_1/I + V_1/V) + jB_v(\omega)(I_1/I + V_1/V)]e^{-j\theta(t)}$, čija je apsolutna vrijednost

ovisna o omjeru injektiranoga signala i signala oscilatora. Iz uslova za osciliranje izlazi slijedeća relacija za trenutnu frekvenciju /5/:

$$\omega = \omega_0 + \frac{d\theta(t)}{dt} = \omega_0 + \frac{A \sin \theta}{LC} - \frac{B \cos \theta}{LC} - \frac{1}{LC} [B_v(\omega) - B_v(\omega_0) + B_d(\omega) - B_d(\omega_0)] \quad (1a)$$

odakle dobivamo diferencijalnu jednadžbu za $\theta(t)$, fazni kut između signala oscilatora i injektiranog signala:

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{A \sin \theta}{LC} - \frac{B \cos \theta}{LC} - \omega - \frac{dB}{LC} \quad (1b)$$

gdje je $dB = B_v(\omega) - B_v(\omega_0) + B_d(\omega) - B_d(\omega_0)$.

U radu /5/ nalazimo kompletnu diskusiju rješenja za (1.b). Nas interesira rješenje kod uslova $(\Delta \omega_{\max} / \Delta \omega) \ll 1$:

$$s(t) = a_1 c t g \left[\frac{B_v(\omega)}{B_v(\omega_0)} \right] + 2 a_1 c t g \left[k_1 - \frac{k_2}{\Delta \omega} t g \frac{k_2 t}{2} \right] \quad (2)$$

gdje je:

$$K_1 = (\Delta \omega_{\max} / \Delta \omega) \quad \text{i} \quad K_2 = [(\Delta \omega)^2 - (\Delta \omega_{\max})^2]^{1/2}$$

Rješenje /2/ pokazuje periodičnost faznog kuta $\theta(t)$ sa vremenom t , što ima za posljedicu diskretni frekventni spektar izlaznog signala oscilatora kojega pišemo relacijom

$$v(t) = V \sin [\omega_1 t + \theta(t)]^1$$

Izvrštavanjem vrijednosti (2) u izraz za $v(t)$ i nakon dulje matematičke manipulacije slijedi:

1)

U području modulacije možemo pretpostaviti da je amplituda V konstantna.

$$\begin{aligned}
 v(t) = & v_{k_1} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_1^2}{8} + \frac{3k_1^4}{8} \right) \cos(\omega_1 t + k_1) + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_1^2}{8} + \frac{k_1^4}{10} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(1 + \frac{3k_1^2}{4} + \frac{5k_1^4}{8} \right) \right] \sin \left[(\omega_1 - k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(\frac{1}{2} + \frac{k_1^2}{8} + \frac{k_1^4}{10} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(-1 - \frac{3k_1^2}{4} - \frac{5k_1^4}{8} \right) \right] \sin \left[(\omega_1 + k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(\frac{k_1}{4} + \frac{k_1^3}{8} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(\frac{k_1}{2} + \frac{k_1^3}{2} \right) \right] \cos \left[(\omega_1 - 2k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(-\frac{k_1}{4} - \frac{k_1^3}{8} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(-\frac{k_1}{2} - \frac{k_1^3}{2} \right) \right] \cos \left[(\omega_1 + 2k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(-\frac{k_1^2}{8} - \frac{3k_1^4}{32} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(-\frac{k_1^2}{4} - \frac{5k_1^4}{16} \right) \right] \sin \left[(\omega_1 - 3k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(-\frac{k_1^2}{8} - \frac{3k_1^4}{32} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(\frac{k_1^2}{4} + \frac{5k_1^4}{16} \right) \right] \sin \left[(\omega_1 + 3k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(-\frac{k_1^3}{15} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(-\frac{k_1^3}{5} \right) \right] \cos \left[(\omega_1 - 4k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(\frac{k_1^3}{15} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(\frac{k_1^3}{5} \right) \right] \cos \left[(\omega_1 + 4k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(-\frac{k_1^4}{32} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(\frac{k_1^4}{16} \right) \right] \sin \left[(\omega_1 - 5k_2)t + k_0 - \pi \right] + \\
 & + \left[\sqrt{1-k_1^2} \left(\frac{k_1^4}{32} \right) + \frac{v(1-k_1^2)}{2} \left(-\frac{k_1^4}{16} \right) \right] \sin \left[(\omega_1 + 5k_2)t + k_0 - \pi \right]
 \end{aligned}$$

gdje je

$$\varphi = -mc \frac{z_0}{\sqrt{1-k_1^2}},$$

$$k_0 = 2\pi c \frac{z_0}{c} \left[\frac{B_r(\omega)}{E_r(\omega)} \right]$$

U rezultatu (3) smatramo frekvenciju stabilnog signala $f_1 = \omega_1/2\pi$ kao referenciju spektra signala oscilatora.

Frekventni razmaci između komponenata u spektru izlaznog signala kao i njihova asimetrična amplitudna raspodjela u suglasnosti su sa eksperimentom.

Relacija (3) pokazuje ovisnost amplitude spektra signala o $\Delta\omega$, odnosno o $(\Delta\omega_{\max}/\Delta\omega)$. Tačnost možemo povećati davanjem članova višeg reda.

Gornji rezultati nisu samo tačniji od Stoverovih /6/, nego su u slučaju kada ide $\Delta\omega \rightarrow \Delta\omega_{\max}$, fizikalno jedino korektni.

Na slici 1. su upoređeni eksperimentalni rezultati frekventnih razmaka Δf između komponenata spektra sa Stoverovim i našim teorijskim rezultatima za razne vrijednosti $\Delta f = \Delta\omega/2\pi$ gdje je $(\Delta f = \Delta\omega/2\pi) > (\Delta f_{\max} = \Delta\omega_{\max}/2\pi = 30 \text{ MHz})$.

Reference:

- /1/ A.J. Viterbi: Principles of Coherent Communication, McGraw-Hill 1966
- /2/ R.Adler: PIRE 34, 351, 1946
- /3/ L.J. Paciorek: PIEEE 53, 1723, 1965
- /4/ Slater: Microwave Electronics, Van Nostrand 1950
- /5/ I.Zanchi: Magistarska radnja (u pripremi 1971)
- /6/ H.L.Stover: PIEEE 54, 310. 1966



