Ahmed Mandžić
Emir Humo
Marko Zirojević
Istraživačko-razvojni centar za automatiku "ENERGOINVEST", Sarajevo

Rad nagradjen na XIII Konferenciji ETAN-a

# OPTIMIZACIJA DNEVNOG DISPEČINGA SISTEMA HIDRO I TERMOELEKTRANA

## 1. Uvod i formulacija problema

U toku posljednjih petnaest godina problem ekonomičnog korišćenja uglja u termoelektranama i vode iz akumulacija hidroelektrana postao je predmet intezivnih naučnih istraživanja /1/. Brižljivom analizom elektroenergetskog sistema i primjenom odgovarajućih metoda optimizacije mogu se postići uštede značajne za privredu svake zemlje. Prilikom izučavanja ekonomičnosti zajedničkog rada sistema hidro i termoelektrana neophodno je razmotriti slijedeća dva aspekta ovog problema:

a) dugoročno planiranje
b) kratkoročno planiranje

Zadatak dugoročnog planiranja odnosi se na prognoziranje padavina i raspoloživih količina vode u akumulacijama hidroelektrana za najmanje godinu dana unaprijed i ima za cilj da utvrdi raspoloživu količinu vode kojom se može računati u datom dužem vremenskom periodu.

Kratkoročno planiranje, koje je predmet ovog rada, ima za cilj odredjivanje raspodjele snaga medju hidro i termoelektranama u sistemu radi zadovoljenja potrošnje u svakom datom kraćem periodu vremena. Ovaj vremenski period je jedan sat ili jedan dan.

Cilj kratkoročnog planiranja, odnosno odredjivanja optimalnog dispečerskog plana rada izvora, sastoji se u tome da se za datu potražnju snage po satima u toku 24 sata nadje takva raspodjela snaga medju hidro i termoelektranama, koja daje minimum troškova rada termoelektrana u sistemu. Pri tome je data količina vode koja stoji na raspolaganju hidroelektranama za potrošnju u toku 24 sata. Takodje su poznate karakteristike termoelektrana (troškovi u zavisnosti od proizvedene snage) i hidroelektrana (potrošnja vode u zavisnosti od proizvedene snage), kao i parametri koji odredjuju gubitke snage u mreži. U matematičkoj formi problem ima slijedeću formulaciju: Potrebno je naći snage $P_{n,i}$, $n=1,2,\dots h, h+1,\dots e$; $i=1,2,\dots 24$ tako, da ukupni troškovi rada termoelektrana

$$F=\sum_{n=h+1}^{e}\sum_{i=1}^{24} F_{ni}(P_{ni}) \qquad (1)$$

budu minimalni uz slijedeća nametnuta ograničenja:

- da ukupna proizvedena snaga hidro i termoelektrana pokriva zadanu potražnju i gubitke snage u mreži

$$\sum_{n=1}^{e} P_{n,i} = P_{k,i} + P_{g,i} \qquad i=1,2,\dots 24 \qquad (2)$$

- da se snaga svake elektrane nalazi unutar tehničkih ograničenja

$$P_{min,n} \leq P_n \leq P_{max,n} \qquad n=1,2,\dots e \qquad (3)$$

- da je data raspoloživa količina vode za svaku hidroelektranu u toku 24 sata

$$Q_n=\sum_{i=1}^{24} \bar{Q}_{n,i} = K_n \qquad n=1,2,\dots h$$

Prilikom rješavanja ovog zadatka smatraće se da su zadani sli-jedeći podatci i karakteristike elektrana:

1) zavisnost srednjeg protoka od srednje snage na izlazu svake elektrane u aproksimativnoj formi polinoma drugog reda

$$Q_n(P_n)=Q_{0,n}+W_nP_n+g_nP_n^2 \qquad n=1,2\dots h \qquad (5)$$

2) zavisnost specifičnih troškova termoelektrane od proizvedene snage u aproksimativnoj formi polinoma drugog reda

$$F_n(P_n)=F_{0,n}+t_nP_n+f_nP_n^2 \qquad n=1,2\dots h \qquad (6)$$

3) tehnički minimumi i maksimumi proizvodnje svake elektrane $P_{min,n}$ i $P_{max,n}$.

4) raspoloživa dnevna količina vode za svaku hidroelektranu $K_n$

5) gubici u mreži dati su u obliku kvadratne forme

$$P_{g,i} = \sum_{m=1}^{e} \sum_{n=1}^{e} B_{m,n} P_{m,i} P_{n,i} \qquad (7)$$

gdje su $B_{m,n}$ ($B_{m,n} = B_{n,m}$) konstante koje karakterišu prenosnu mrežu.

Još se predpostavlja da termoelektrane rade u toku svih 24 sata pa se troškovi puštanja u rad i zaustavljanja ne uzimaju u obzir.

U ovom radu za sračunavanje optimalne raspodjele korišćen je metod $B_{m,n}$ koeficijenata /2/. Postupajući na način dobro poznat iz metode Lagrangeovih multiplikatora formira se, na osnovu originalnog kriterijuma (1), ograničenja tipa jednakosti (2) i (4) i multiplikatora $\lambda_i$ i $\gamma_n$; n=1,2,..h, i=1,2,..24 nova kriterijumska funkcija

$$\phi = \sum_{n=h+1}^{e} \sum_{i=1}^{24} F_{n,i}(P_{n,i}) + \sum_{i=1}^{24} \lambda_i \left(P_{k,i} + P_{g,i} - \sum_{n=1}^{e} P_{n,i}\right) + \sum_{n=1}^{e} \gamma_n \left(\sum_{i=1}^{24} \bar{Q}_{n,i} - K_n\right) \qquad (8)$$

Optimalna raspodjela snage dobiva se iz uslova da (8) ima minimum

$$\frac{\partial \phi}{\partial P_{n,i}} = 0 \qquad \begin{array}{l} n = 1,2,\cdots h, h+1, \cdots e \\ i = 1,2,\cdots 24 \end{array} \qquad (9)$$

Uvodeći u ovaj sistem jednačina relacije (5), (6) i (7) dolazi se do dobro poznatog sistema koordinacionih jednačina

$$\gamma_n \left(g_n P_{n,i} + W_n\right) + \lambda_i \left(2 \sum_{m=1}^{e} B_{m,n} P_{m,i}\right) = \lambda_i \qquad n = 1,2,\cdots h \qquad (10)$$

$$f_n \cdot P_{n,i} + t_n + \lambda_i \left(2 \sum_{m=1}^{e} B_{m,n} P_{m,i}\right) = \lambda_i \qquad \begin{array}{l} n = h+1, h+2, \cdots e \\ i = 1,2,\cdots 24 \end{array} \qquad (11)$$

## 2. Algoritam rješavanja koordinacionih jednačina

Koordinacione jednačine (10) i (11), zajedno sa jednačinama ograničenja (2) i (4), su sistem nelinearnih jednačina. Ovaj sistem ima (e+1) x 24 + h jednačina iz kojih je potrebno izračunati isto toliko nepoznatih: snage svake elektrane za svaki sat, $\lambda$ i za sve sate i$\delta_n$ , za sve elektrane. S obzirom na broj jednačina i na njihovu nelinearnost usvojen je iterativni postupak za rješavanje tog sistema. Usvojeni algoritam za ovaj iterativni postupak prikazan je, u svojoj osnovi, logičkim dijagramom na slici 1. Ako se fiksiraju $\lambda_i$ i $\delta_n$ koordinacione jednačine postaju sistem linearnih jednačina. U početku se pretpostave vrijednosti za $\lambda_i$ i $\delta_n$ pa se rješava sistem linearnih jednačina po snagama (podprogram za snage). Zatim se provjerava da li je ostvaren uslov bilansa snaga (2) i u zavisnosti od toga modifikuje se $\lambda_i$ (petlja za $\lambda$ ), sve dok taj uslov ne bude zadovoljen. Ova procedura se ponavlja za sve sate (petlja za sate). Iz dobijenih snaga hidroelektrana u toku dana izračunavaju se potrebne količine vode i uporedjuju se zadanim za svaku hidroelektranu. U zavisnosti kako su ispunjeni ovi uslovi, t.j. ograničenja (4), modifikuju se $\delta$-e za svaku hidroelektranu i cio se gornji postupak ponavlja sve dok ne budu zadovoljena ograničenja za potrošnju vode (petlja za $\delta$ ). Tako dobijene vrijednosti snaga predstavljaju optimalnu dnevnu raspodjelu i štampaju se.

Detaljnije ćemo objasniti usvojenu proceduru unutar svake pomenute petlje.

### 2.1. Rješavanje sistema linearnih jednačina

Za rješavanje sistema linearnih jednačina usvojen je Gauss-Seidel-ov iteracioni postupak.

Koordinacione jednačine (10) i (11) napišimo u obliku:

gdje je: $$P_{n,i} = P_{n,i} + \frac{\lambda_i - D_n - 2\lambda_i \sum_{m=1}^{e} B_{m,n} \cdot P_{n,i}}{C_n + 2\lambda_i B_{n,n}} \qquad \begin{array}{l} n = 1,2,\dots e \\ i = const \end{array}$$

U svakoj iteraciji izračunavaju se redom snage $P_{n,i}$ n=1,2....e uzimajući u obzir vrijednosti snaga iz prethodne iteracije. Za početne vrijednosti snaga uzimaju se odgovarajući tehnički minimumi ($P_{n,i} = P_{min,i}$ n=1,2,...e). Ovaj postupak se ponavlja sve dok apsolutna vrijednost sume razlika izmedju vrijednosti snaga u jednoj iteraciji i odgovarajućih vrijednosti iz prethodne iteracije ne bude manja od zadanog malog broja $\varepsilon_1$.

Postupak je modifikovan tako da uzima u obzir ograničenja: $P_{min,n} < P_{n,i} < P_{max,n}$ $n=1,2...e$ koja nisu uzeta pri izvodjenju koordinacionih jednačina (jer su ovo ograničenja tipa nejednakosti). Snazi, čije rješenje ne zadovolji ovo ograničenje daje se granična vrijednost (maksimalna ili minimalna) i kod ispitivanja konvergencije u toj iteraciji ona se ne uzima u obzir.

2.2. Izračunavanje $\lambda_i$

Pošto se u podprogramu za snage odrede vrijednosti snaga, koje za odredjene $\lambda_i$ i $\gamma_n$ (n=1,2...h) zadovoljavaju koordinacione jednačine (10) i (11) izračunavaju se gubitci po formuli (7).

Zadovoljenje jednačine ravnoteže:

$$Y_i = \sum_{n=1}^{e} P_{n,i} - P_{k,i} - P_{g,i} = 0$$

zavisi od vrijednosti $_i$ t.j. dobija se funkcija $Y_i - Y_i(\lambda_i)$ . Potrebno je naći takvu vrijednost za $\lambda_i$ da y bude jednako nula. Radi toga se unutar petlje za $\lambda$ počevši od neke početne vrijednosti računa (preko podprograma za snage) ova funkcija za niz vrijednosti $\lambda_i$ uz konstantan prirast $\Delta\lambda$ sve dok se ne dobiju dvije uzastopne vrijednosti funkcije suprotnih znakova. Predznak za $\Delta\lambda$ zavisi od znaka y=a. Kada se otkrije interval $(\lambda_i, \lambda_i + \Delta\lambda)$ u kome funkcija Y mijenja znak, onda se metodom "regula falsi" nalazi ona vrijednost $\lambda_i$ koja daje nultu vrijednost funkcije y sa unaprijed zadanom tačnošću (ovdje se opet koristi podprogram za snage).

2.3. Petlja za sate

Multiplikator $\lambda_i$ i=1,2,...24 različit je u svakom satu, pa se postupak njegovog računanja ponavlja za sve sate. U ovoj petlji računaju se još (iz snaga hidroelektrana) odgovarajući srednji protoci za svaki sat po formuli:

$$Q_{n,i} = g_n \frac{P_n^2}{2} + w_n \cdot P_n + Q_{o,n} \qquad \begin{array}{l} n = 1,2,\cdots h \\ i = 1,2,\cdots 24 \end{array}$$

pa se onda oni sumiraju i dobije se za svaku hidroelektranu srednji protok na dan:

$$Q_n = \sum_{i=1}^{24} Q_{n,i} \qquad i = 1,2,\cdots h$$

## 2.4. Izračunavanje $\gamma_n$

Potrebno je modifikovati sve $\gamma_n$ da bi se zadovoljila ograničenja (4). Kao što se vidi, ovo nije tako jednostavno s obzirom da su snage svake hidroelektrane, a odatle i potrošnja vode funkcije svih $\gamma$ n=1,2,...h, to jest imamo:

$$Q_n = Q_n(\gamma_1, \gamma_2, \dots \gamma_n) \qquad n = 1,2,\dots h$$

Razvijanjem ove funkcije u Tajlorov red oko proizvodnje, u ovom slučaju poznate, tačke dobije se sistem jednačina:

$$\Delta Q_n = \left(\frac{\partial Q_n}{\partial \gamma_1}\right)_{\gamma_1} \cdot \Delta\gamma_1 + \left(\frac{\partial Q_n}{\partial \gamma_2}\right)_{\gamma_2} \cdot \Delta\gamma_2 + \dots + \left(\frac{\partial Q_n}{\partial \gamma_n}\right)_{\gamma_n} \cdot \Delta\gamma_n + \text{članovi višeg reda} \quad n=1,2,\dots h$$

Kada se odbace članovi višeg reda dobije se sistem od h linearnih jednačina. Ako se u ovom sistemu uzme da je $\Delta Q_n = K_n - Q_n$ odstupanje utrošene od zadane količine vode, sistem se može riješiti po $\Delta\gamma_n$ što daje približne vrijednosti za korekciju $\gamma_n$.

Da bi se gornji sistem mogao riješiti potrebno je poznavati matricu koeficijenata, tj. sve parcijalne izvode u datoj tački. Ovi se sračunavaju u parcijalnoj petlji, koja obuhvata cijelu petlju za sate, s tim što se daje proizvoljan dovoljno mali prirast $\delta\gamma_n$ odredjenom $\gamma_n$, a ostali se pri tome drže konstantnim. Prolaza kroz parcijalnu petlju ima onoliko, koliko ima hidroelektrana. Dobijeni prirasti potrošnje vode $\delta Q_{i/n}$ i=1,2....h ; n = 1,2....h kada se podijele sa odgovarajućim prirastima $\delta\gamma_n$ formiraju elemente matrice koeficijenata pomenutog sistema jednačina za korekciju $\gamma_n$, n = 1,2.....h.

Kada je formiran, ovaj sistem jednačina rješava se Gauss-Seidel-ovim iterativnim postupkom i dobiju se vrijednosti $\;_n$, koje treba dodati na $\gamma_n$ n= 1,2....h.

Sa tako dobijenim vrijednostima $\gamma_n$ ponavlja se čitava procedura sve dok ne bude zadovoljeno ograničenje (4) sa unaprijed zadanom tačnošću.

Tako dobijena raspodjela sna... elektrana predstavljaće optimalnu raspodjelu i time je zadatak završen.

## 2.5. Rezultati i iskustva pri testiranju programa

Program je testiran na primjeru sistema od jedne hidroelektrane i jedne termoelektrane. Podaci o sistemu uzeti su iz literature /4/, a rezultati su pokazani na dijagramu sl.2. i tabeli I. Program je izradjen na jeziku FORTRAN II i može da se koristi za bilo koji razuman broj termo i hidroelektrana.

Dužina rada računara zavisi u velikoj mjeri od predpostavljenih početnih vrijednosti. multiplikatora . Ove početne vrijednosti se mogu preciznije odrediti poslije puštanja programa za jedan odredjeni sistem, time se može znatno smanjiti vrijeme računanja. Odvijanje programa (sa kompiliranjem) na računaru Bull-gama 30 sa pomenutim podacima trajalo je 10 minuta.

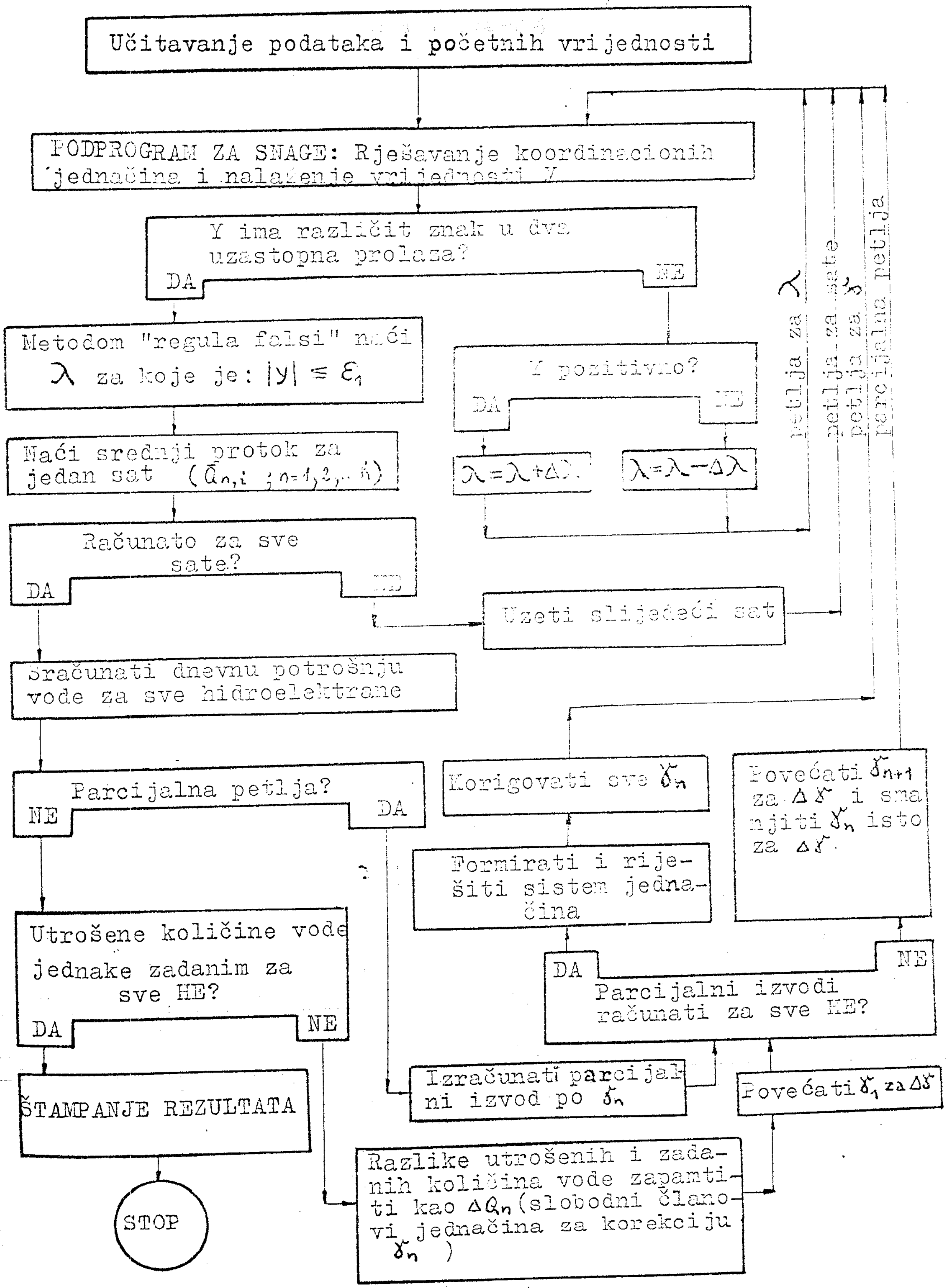
## 3. Literatura

/1/ L.K. Kirchmayer "Economic Operation of Power Systems", John Wiley, Inc., New York 1958.

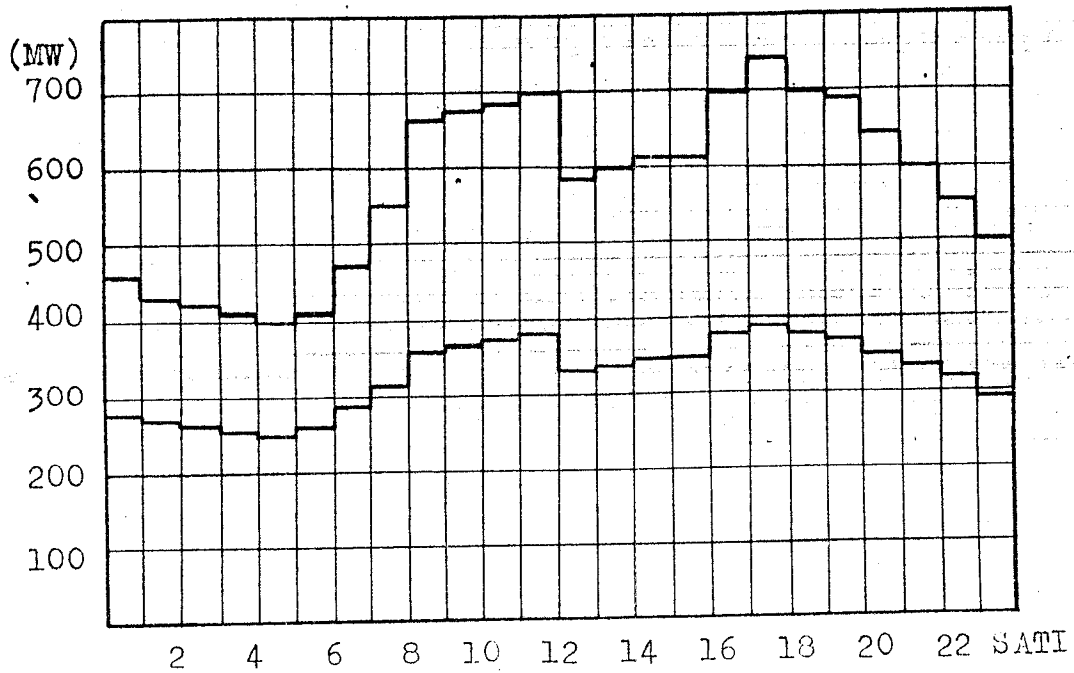
/2/ P.L. Dandeno "Hydrothermal Economic Scheduling - Computing Experience with Coordination Equations", Power Apparatus and Systems, February 1961, pp 1219-1228.

/3/ S.T. Despotović "Matematički modeli u analizi elektroenergetskih sistema" Zajednica jugoslovenske elektroprivrede, Beograd, 1965.

/4/ B.Bernholtz, L.J. Graham "Hydrothermal Economic Scheduling" Part I. Solution by Incremental Dynamic Programing, Power Apparatus and Systems, December 1960.




Sl.1. PRINCIPIJELNI LOGIČKI DIJAGRAM




Sl.2. Dijagram potražnje snage i optimalna raspodjela snage hidroelektrane

| SATI | POTRAŽNJA | SNAGA HE | SNAGA TE | GUBICI |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 460.0 | 274.77987 | 199.83517 | 14.42052 |
| 2 | 430.0 | 262.43685 | 180.72806 | 12.91269 |
| 3 | 420.0 | 258.25904 | 174.28162 | 12.23566 |
| 4 | 410.0 | 254.13658 | 167.93094 | 11.95140 |
| 5 | 400.0 | 250.01469 | 161.59135 | 11.48969 |
| 6 | 410.0 | 254.13545 | 167.92921 | 11.95127 |
| 7 | 470.0 | 278.91306 | 206.25503 | 14.94648 |
| 8 | 550.0 | 311.81722 | 257.73029 | 19.51304 |
| 9 | 660.0 | 357.24999 | 329.92367 | 26.94392 |
| 10 | 670.0 | 361.66944 | 337.01679 | 27.73751 |
| 11 | 680.0 | 365.40209 | 343.01757 | 28.41764 |
| 12 | 700.0 | 373.65253 | 356.31360 | 29.95316 |
| 13 | 580.0 | 324.27797 | 277.39846 | 21.42001 |
| 14 | 600.0 | 332.49464 | 290.42422 | 22.73150 |
| 15 | 610.0 | 336.58501 | 296.92373 | 23.40041 |
| 16 | 610.0 | 336.58501 | 296.92373 | 23.40041 |
| 17 | 700.0 | 373.64953 | 356.30864 | 29.95258 |
| 18 | 740.0 | 382.00000 | 390.72158 | 32.50688 |
| 19 | 700.0 | 373.64953 | 296.30864 | 29.95258 |
| 20 | 690.0 | 369.56909 | 349.72718 | 29.18762 |
| 21 | 640.0 | 349.00488 | 316.72284 | 25.49709 |
| 22 | 600.0 | 332.52287 | 290.46730 | 22.73602 |
| 23 | 550.0 | 311.90456 | 257.86641 | 19.52602 |
| 24 | 500.0 | 291.29447 | 225.54410 | 16.58537 |

TABELA I    Optimalna dnevna raspodjela snaga