

Srpski srednjevekovni manastir Sopoćani: geometrijske proporcijske analize u digitalnom okruženju

Magdalena Dragović
Katedra za matematiku, fiziku i nacrtanu geometriju
Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu
Beograd, Srbija
dim@grf.bg.ac.rs,
ORCID 0000-0003-0813-9595

Apstrakt— Katolikon manastira Sopoćani je jedan od najznačajnijih objekata graditeljske kulturne baštine Srbije iz doba vladavine Nemanjićke dinastije. U arhitektonskom smislu crkva Hrama Svete Trojice nosi nosi obeležja Raške arhitektonske škole, koju je karakterisala postupnost izmena prostorne koncepcije sakralnih građevina kroz tok vremena, čiji je vrhunac složenosti ovde dosegnut. Ovo istraživanje se odnosi na “skrivenu” geometriju koja prati prostornu koncepciju i oblik građevine, kako u horizontalnom planu-osnovi, tako i u poprečnim preseccima. U istraživanju su korišćeni principi proporcionisanja – pronalaženja harmoničnih odnosa dimenzija objekta kako spoljašnjosti, tako i unutrašnjosti, metodom upisivanja i opisivanja geometrijskih figura jednakostraničnog trougla i kvadrata uz dodatak geometrijskih konstrukcija izvedenih iz ove dve figure. Postupak je sproveden na digitalnom zapisu – oblaku tačaka, dobijenom terestričkim laserskim skeniranjem crkve. Prostorne karakteristike unutrašnjosti crkve su prikazane kroz 3D modele svakog pojedinačnog strukturnog oblika koji definiše arhitekturu ove crkve.

Ključne reči—srednjevekovna manastirska crkva, manastir Sopoćani, geometrijske proporcije, geometrijske sheme, 3D model unutrašnjeg prostora crkve.

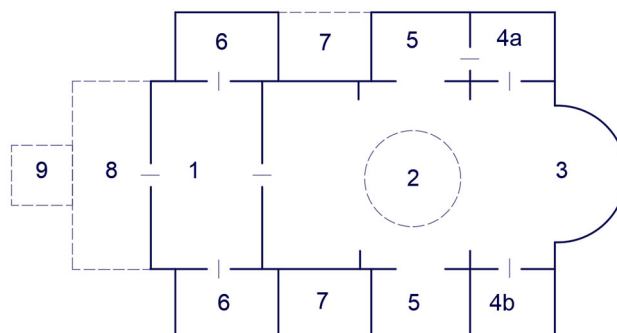
I. UVOD

Ovo istraživanje, koje se prevashodno bavi 2D i 3D geometrijskim analizama projekta/dizajna srednjevekovne crkvene građevine – katolika manastira Sopoćani (13.vek), se tiče često postavljano pitanja o postojanju geometrijskih principa-kanona za projektovanje srednjevekovnih crkvi, bilo da je reč o pravoslavnim [1],[2], ili drugim verskim objektima [3]. Crkva Svete Trojice je projektovana po principima Raške arhitektonske škole i pripada grupi značajnih objekata koje je podizala srpska srednjevekovna dinastija Nemanjića [4]. Kao i mnogi drugi srednjevekovni objekti, ova crkva je pretrpela rušenja i devastacije, kao i potpuno napuštanje monaha [5]. Od zapisanih obnova koje su se odvijale u 20. veku, značajne su one koje su uz poznavanje pravila rekonstrukcije, zahtevale primenu geometrijskih principa radi postizanja željenog cilja – vraćanja objekta u izvorno projektovano stanje. Jedna ovakva rekonstrukcija celokupnog manastira je izvedena pod vođstvom arhitekte O. Kandić, započeta 1975. god. [6] iz koje su korišćeni podaci za izradu ovog rada. Rekonstrukcije elemenata fasada (prozora), kojima se bavila N. Debljović Ristić [7] su doprinele preciznijim informacijama koje se nisu mogle sagledati na digitalnom zapisu sa terena – oblaku tačaka, dobijenom

terestričkim laserskim skeniranjem crkve, tokom 2018. god. kada je crkva već u potpunosti obnovljena.

II. PROSTORNA KONCEPCIJA GRAĐEVINE

Katolikon (glavna crkva) manastira Sopoćani, posvećen Svetoj Trojici, je izgrađen između 1260. i 1268. godine pod pokroviteljstvom kralja Uroša. Uz stari deo crkve se naslanjala spoljna priprata i kula-zvonik, koje su nešto kasnije dozidane [6]. Iako je građevina jednobrodna sa jednom kupolom, njen zapadni izgled podseća na trobrodne bazilike – sa centralnim (višim) delom i dva bočna (niža) dela [5], [8]. Podužni – širi deo građevine se sastoji od priprate na zapadu, centralnog prostora - naosa i velike polukružne oltarske apside na istoku. Naos je podeljen na tri traveja od kojih je srednji zasvođen kupolom nad izduženim tamburom. Uz oltarski travaj su naslonjene pastofrije (proskomidija i đakonikon), dok se bočno od centralnog traveja nalaze pevnice zasvedene poluoblisanim svodom, gradeći transept. Priprata je bočno vezana sa dve kapele dok je prostor između kapele nadsvodjen poluoblisanim svodom (slično koncepciji prostora katolika manastira Žiće i Gradca [4]), koji je kasnije zazidan [5]. Slika 1 prikazuje shemu prostorne organizacije delova crkve prema S. Nenadoviću [8].



Sl. 1 Shematski prikaz organizacije prostora: priprata 1, naos 2, oltar i apside 3, proskomidija 4a, đakonikon 4b, pevnice 5, paraklisi 6, dozidani prostori 7, spoljna priprata 8, kula 9.

Bočne delove građevine povezuju niži kosi krovovi, čime se ostvaruje utisak bočnih „brodova“ crkve. Iz ktitorske freske koja je oslikana u unutrašnjosti crkve, može se pretpostaviti kakav je bio prvobitni izgled crkve (sl.2). Na prikazanom modelu se uočava razlika, u odnosu na današnji rekonstruisani objekat, koju predstavlja otvoren, nadsvodjen prostor između pevnice i paraklisa, koji je kasnije zazidan i ima prozor. Ukoliko bi se

Ovo istraživanje je delom potpomognuto finansijama Ministarstva za prosvetu, nauku i tehnološki razvoj, u okviru projekta Građevinskog fakulteta Univerziteta u Beogradu pod brojem 200092.

prikaz na fresci smatrao pouzdanim, model ukazuje i na težnju arhitekta da napravi harmoničan raspored otvora u eksterijeru, simetričnim postavljanjem u odnosu na luk, u donjem – nižem delu građevine.



Sl. 2 Kitiorska freska – kralj Uroš sa modelom crkve u rukama

III. METODOLOGIJA ISTRAŽIVAČKOG POSTUPKA

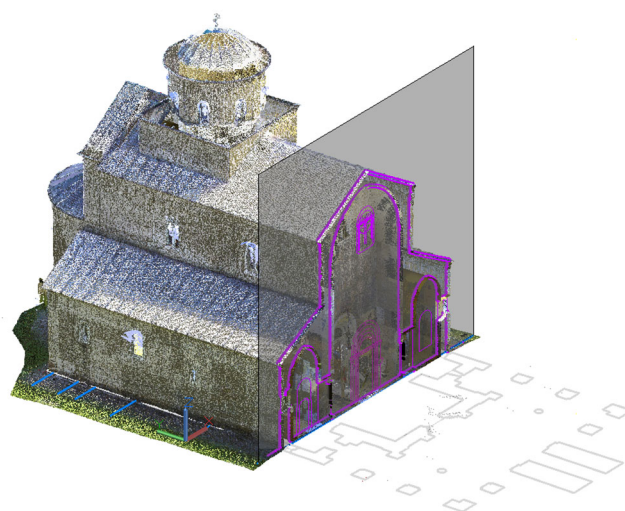
Savremena istraživanja objekata kulturne baštine se obavljaju uz pomoć naprednih tehnologija, kako mernih instrumenata (terestričko lasersko skeniranje i fotogrametrija¹), tako i crtačkih/modelarskih alata (naprednih softvera za kreiranje oblaka tačaka, 2D ekstrakciju dokumentacije – preseka i osnova objekta kao i 3D modelovanje), čija primena omogućava izuzetno precizna merenja i tačne modele [9]. Posledično, sa jedne strane „otkriva se“ nepreciznost izvođenja-gradnje srednjovekovnih majstora, a sa druge nastaje izazov kreiranja pravilnih i preciznih geometrijskih shema i modela.

Iako je objekat rekonstrukcijom iz 1926.-1928. god. obnovljen tako da postavkom masa i kontinuitetom krovnih venaca ostavlja utisak celine, istraživanje je u radu ograničeno na stariji - prvobitni deo objekta, bez spoljašnje priprate sa kulom (dograđene oko 1340.god [8]), gde su deformacije u pogledu pravilnosti geometrije veće. Dodatni razlog je i taj što kule imaju svoje specifičnosti u pogledu proporcija, pa ih je neophodno zasebno proučiti.

A. Softverski alati za crtanje i modelovanje

U radu je korišćena metoda ekstrakcije svih karakterističnih preseka (u horizontalnim i vertikalnim ravnima), presecanjem oblaka tačaka u softveru Auto CAD (sl.3), uz upotrebu Leica Cloud Works *plug in*-a, da bi se dobile precizne konture objekta – 2D crteži, na kojima su vršene geometrijske analize.

Takođe, u istom softveru, na osnovu 2D crteža je modelovan 3D unutrašnji - „prazan“ prostor enterijera crkve. U kontekstu strukture objekta, površi ovako kreiranog 3D modela predstavljaju donje površine svodova, unutrašnje površine zidova i otvora u njima. Svi elementi strukture: svodovi i lukovi (poluobljučasti i prelomljeni), tambur (cilindrični) i pandantifi (sferni trouglovi), kao i otvori u zidovima su kreirani nad osnovom objekta i kontrolisani u odnosu na digitalni oblak tačaka.



Sl. 3 Postupak ekstrakcije crteža presecanjem oblaka tačaka

B. Geometrijske metode proporcionisanja

Sistemi proporcionisanja u vezi sa pravilnim geometrijskim figurama, ili izvedeni iz njih, su često prisutni u analizama projektantskih pristupa, kroz različite vremenske epohe i arhitektonske stilove. U istraživanjima proporcija srednjovekovnih sakralnih građevina geometrijske sheme bazirane na kombinacijama geometrijskih oblika se mogu naći u analizama gotičkih građevina R. Bork-a [9], benediktinskih crkava F. Beatrix-a [3], pravoslavnih katolika B. Todić i M. Čanak Medić [10], S. Vasiljevića [11] i drugih. M. Zloković, takođe navodi da se proporcionisanje na osnovu iracionalnih mernih brojeva u arhitekturi ograničava na tri metode: *triangulaturu* (vezanu za geometriju jednakokraničnog trougla), *kvadraturu* (vezanu za geometriju kvadrata i njegove podele) i *podelu po zlatnom preseku* [12].

Geometrijske analize projektovanja prostora u ovom radu su zasnovane na korišćenju geometrijskih oblika: pravougaonika - sa proporcijom strana $1:\sqrt{3}$ (izvedeno iz dva jednakokranična trougla sa paralelnim stranama i poklopljenim vrhovima), kvadrata - za proporciju $1:1$, pravougaonika sa proporcijom $1:\sqrt{2}$ (izvodi se rotacijom dijagonale kvadrata) i pravougaonika sa proporcijom zlatnog preseka $1:1.618$ (izvodi se rotacijom dijagonale polovine kvadrata).

C. Uslovi preciznosti geometrijskih analiza

Dostupna dokumentacija, planovi – osnove i preseki [5] crkve Sv. Trojice, kao i novi rezultati (crteži dobijeni ekstrakcijom iz oblaka tačaka) pokazuju određenu nepreciznost graditelja - odstupanje od pravougaonog oblika građevine i narušenu ortogonalnost zidova. Crkva, koja je dimenzija 15.5m širine i 28.5m dužine, ima odstupanja $\pm 14\text{cm}$ po širini i $\pm 30\text{cm}$ po dužini, odnosno $\pm 1\%$ za obe dimenzije. Ove vrednosti se mogu smatrati prihvatljivim u kontekstu istorijskog vremena i alata kojima se obeležavanje i merenje obavljalo, kao i tadašnjih tehnika građenja. Bez obzira na neujednačenost debljina konstruktivnih zidova osnove (dimenzije se kreću od 100 do 114cm) može se smatrati da je arhitekta imao ideju da isprojektuje objekat simetrične osnove u odnosu na podužnu osu crkve. To se jasno uočava na delu oltarskog prostora, koji je

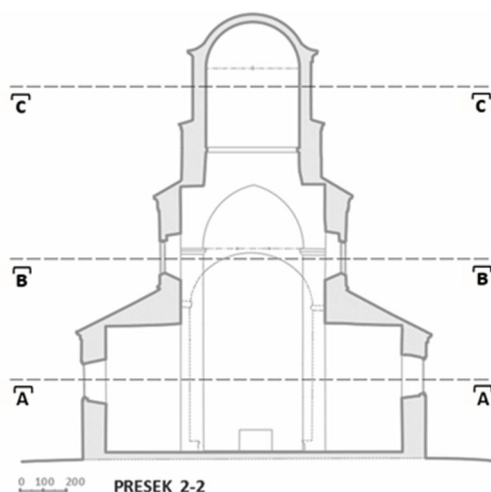
¹ Crteži u ovom radu su rezultat obrade oblaka tačaka, koji je dobijen terestričkim laserskim skeniranjem crkve u manastiru Sopoćani, iz 2018. god.

preciznije građen (ima manje odstupanje od osne simetrije), za razliku od prostora paraklisa, od kojih je južni znatno širi od severnog (merenjem je utvrđeno odstupanje od 30 cm).

U prethodnim geometrijskim analizama autora ovog rada, na grupi od 12 crkvenih objekata Raške arhitektonske škole je pokazano da je moguće sačiniti tip geometrijske sheme komponovane od jednog kruga i jednakokraničnih trouglova [2], [12], kako u osnovi, tako i u vertikalnom preseku. U ovakvom tipu istraživanja, specifično na srednjovekovnim i starijim objektima, dozvoljeno odstupanje od tačnih mera, a u kontekstu preciznosti geometrije proporcijske sheme, se može usvojiti na najviše 3% od ukupne dimenzije [3], [14].

IV. PROPORCIONISANJE OSNOVA I PRESEKA

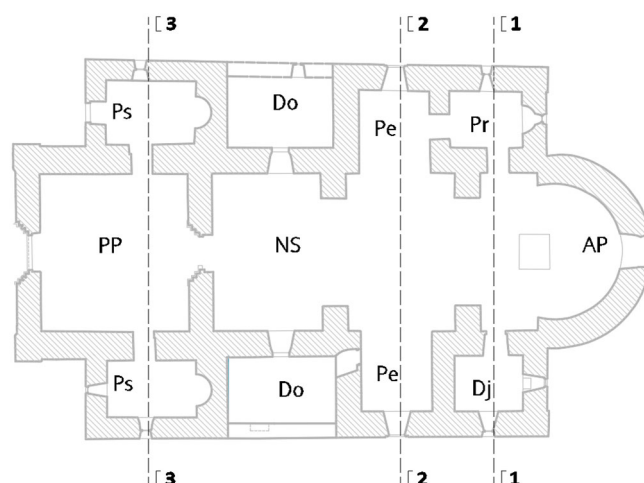
Kako bi se jasno sagledali svi horizontalni oblikovni nivoi objekta, postavljene su tri horizontalne ravni preseka na kojima su vršene geometrijske analize. Najniža ravan A-A definiše položaj i relacije prostorija naosa sa bočnim prostorima, srednja ravan B-B definiše viši deo centralnog „broda“ (unutrašnje konture zidova se poklapaju sa konturama naosa u ravni A-A), dok najviša ravan C-C definiše konture kubeta i tambura ispod kupole (sl.4).



Sl. 4 Presek kroz kupolni prostor i pastoforije sa označenim horizontalnim visinskim ravnima

U analizama postavke objekta *po vertikalni* korišćene su tri ravni preseka²: kroz oltarski prostor – ravan 1-1, kroz kupolni prostor – ravan 2-2 i kroz priprate i paraklise – ravan 3-3 (sl.5).

Ravni preseka 1-1 i 3-3 su veoma slične, izuzimajući deo izgleda (zid između priprate i naosa, sa portalom i unutrašnjom biforom). Radi jasnije predstave o prostorima, na sl. 5 su date i njihove oznake: **PP**-priprata, **Ps**-paraklisi, **Do**-dozidani prostori (sa kasnijom funkcijom paraklisa), **NS**-naos, **Pe**-pevnice, **Dj**-djakonikon, **Pr**-proskomidija, **AP**-apsida (oltar).



Sl.5 Osnova crkve sa označenim vertikalnim presečnim ravnima

A. Spoljašnje konture objekta - osnove

U *visinskoj ravni A-A*, geometrijskom analizom je dobijena proporcijaska shema nad osnovom crkve, u kojoj figuriše jednakokranični trougao **ABC**, sa dva upisana pravougaonika proporcija **1:√3**. Prvi pravougaonik 1-2-3-4 obuhvata sva tri traveja naosa, zajedno sa obodnim zidovima, a drugi 5-6-7-8 je upravan na njega i obuhvata drugi i treći-istočni travej, zajedno sa pastoforijama i pevnicama (sl.6). Dodatno, dva jednaka jednakokranična trougla **f-g-e** i **d-e-g** su ucrtana, tako da im je ivica **g-e** zajednička. Ivica **g-f** prolazi i tačkom **6**, dok je teme **f** na najisturenijoj tački apsida. Ivica **d-e** prolazi i tačkama **h** i **i** istovremeno ležeći na dijagonali južnog paraklisa. Trouglovi su simetrično postavljeni u odnosu na zajedničku stranu **g-e**.

U okviru geometrijske sheme figurišu veličine **a** - predstavlja širinu naosa 1-2 sa debljinama zidova i **c** - predstavlja dužinu dela pevnice sa đakonikonom i zidovima 5-6. Shodno prikazanoj shemi, trougao **ABC** ima ivicu dužine **3a**, dok pravougaonici 1-2-3-4 i 5-6-7-8 imaju proporcije **a:av√3** i **c:c√3** respektivno (sl.8a). Pri tome je računski izvedeno da je **a=5c/√3**.

U *visinskoj ravni B-B* je prikazan pravougaonik 3-4-9-10, opisan oko zidova višeg dela objekta, sa geometrijskom shemom u kojoj je niz od 3 jednakokranična trougla, sa ivicom **a**, upisan u pravougaonik (sl.7a). Njegove proporcije u geometrijskoj shemi su prikazane pravougaonikom sa odnosom strana **a:3/2av√3** (sl.8b).

U *visinskoj ravni C-C* je prikazan kvadrat 11-12-13-14, strane **q**, koji predstavlja spoljašnju konturu kubeta i spoljašnji prsten tambura - kružnica **k_e** (sl.7c). Temena 11 i 12 se nalaze na kružnom luku opisanom nad kraćom stranom 3-4 pravougaonika 3-4-9-10 u ravni **B-B** (sl.7a). Kontura kubeta je proizašla iz položaja 4 unutrašnja pilastra nad lukovima koji nose kube. Tako se geometrija vezuje i za konture unutrašnjeg prostora. Geometrijsku shemu čini: kvadrat strane **q** i kružnica **k_e** sa centrom – temenom jednakokraničnog trougla (upisan u širinu

² Za razliku od preseka sa horizontalnim ravnima, koji precizno prikazuju zidove i otvore u njima, u vertikalnim ravnima preseka se ne mogu videti elementi konstrukcije (grede i detalji krova), jer oblak tačaka ne pruža ovaj vid

podataka (može se sagledati samo na licu mesta, ili u odgovarajućoj dokumentaciji objekta).

naosa) i dve figure kvadrata sukcesivno opisane jedna oko druge. Strana spoljašnjeg kvadrata je $q+(a-q)/2$ (sl.8c).

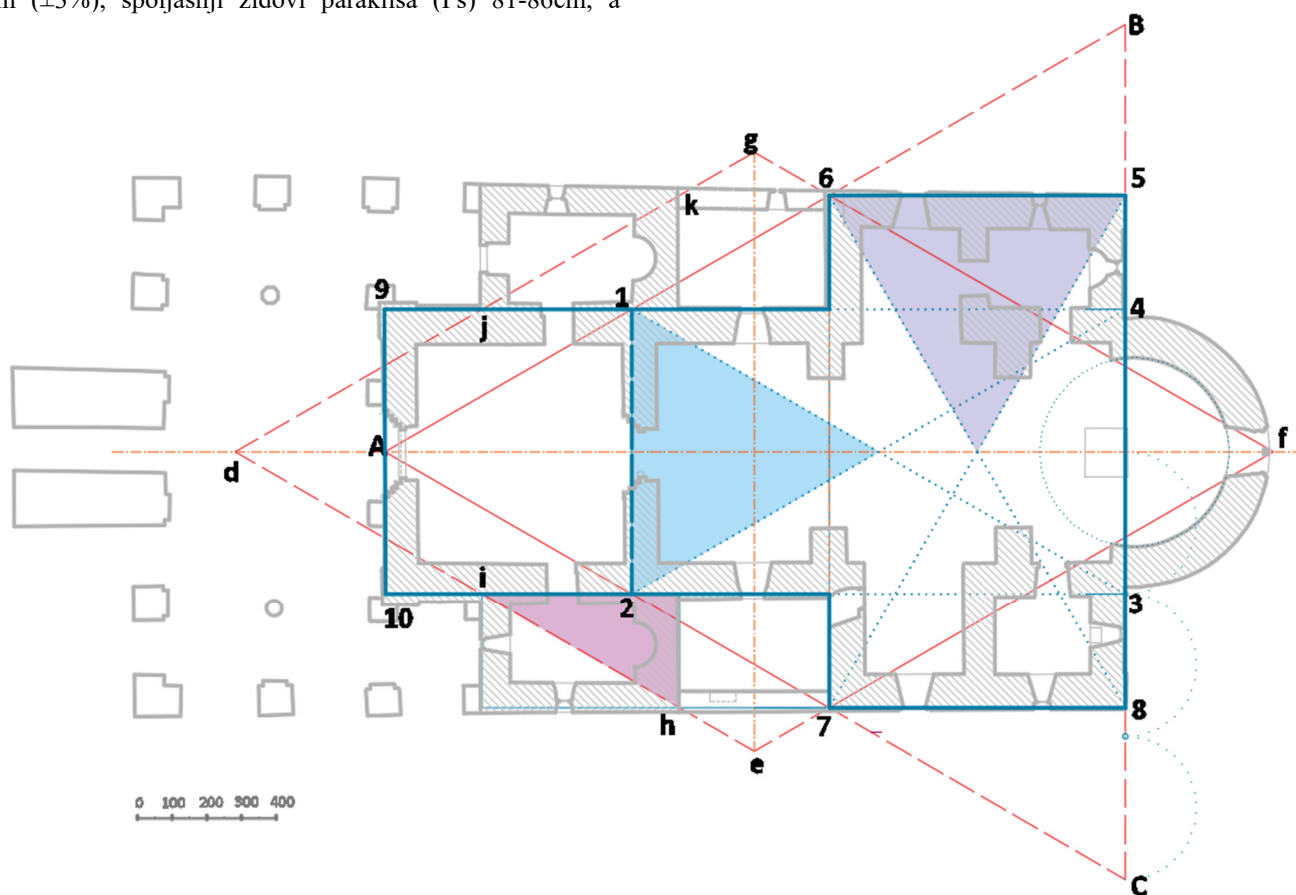
B. Dimenzione analize zidova

Sa namerom da se bolje sagleda ideja arhitekta, koji je osmislio plan gradnje, u odnosu na izvedeno stanje, analizirane su debljine zidova pojedinih prostora. Raznolikost debljina zidova, u kontekstu analize ima svoju graditeljsku logiku.

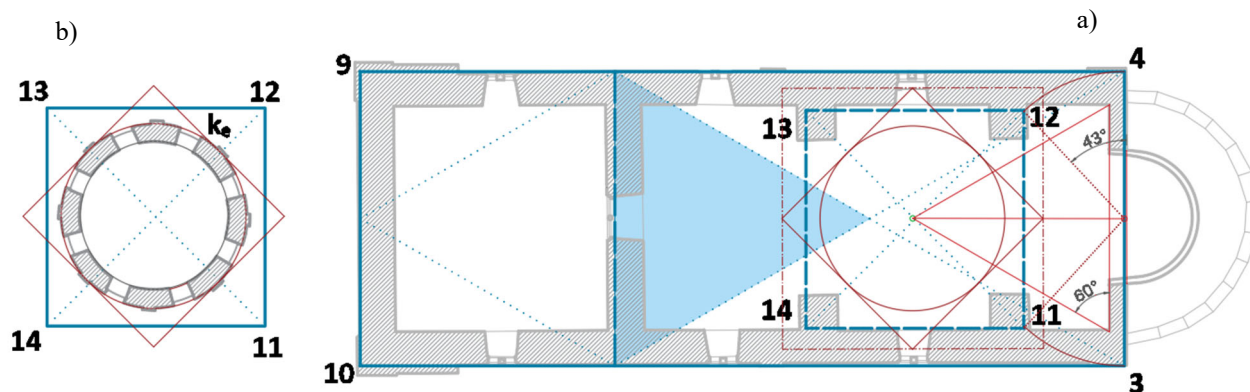
Prema tabeli 1, spoljašnji zidovi oko dela crkve – travej T2, pevnice (Pe) i pastoforije (Dj / Pr) su debljine oko 100cm ($\pm 3\%$), severni i južni zidovi priprate (PP) 112-116cm, svi poprečni zidovi duž glavne ose (između priprate i traveja T1, T2, T3) oko 100cm ($\pm 3\%$), spoljašnji zidovi paraklisa (Ps) 81-86cm, a

pregradni zidovi između pevnica i pastoforija oko 90cm. Izuzetno su istočni zidovi paraklisa (Ps) sa polukružnim nišama u donjem delu debljine 124-160cm.

Pristup gradnje u kome su obodni zidovi oko centralnog potkupnog prostora, sa pevnicama i pastoforijama, debljine oko 100cm, a pregradni nešto už, oko 90cm opravdava i geometrijsku shemu u delu pravougaonika 5-6-7-8. Slično je i sa koncepcijom obodnih zidova čitavog naosa, koji je upisan u pravougaonik 1-2-3-4. Poseban pristup ima priprata, sa debljim bočnim zidovima (112-116cm), prema zapadnim paraklisima, čiji spoljni zidovi imaju najmanju debljinu, oko 80cm i svojim konturama ulaze u okvire trougaone sheme.



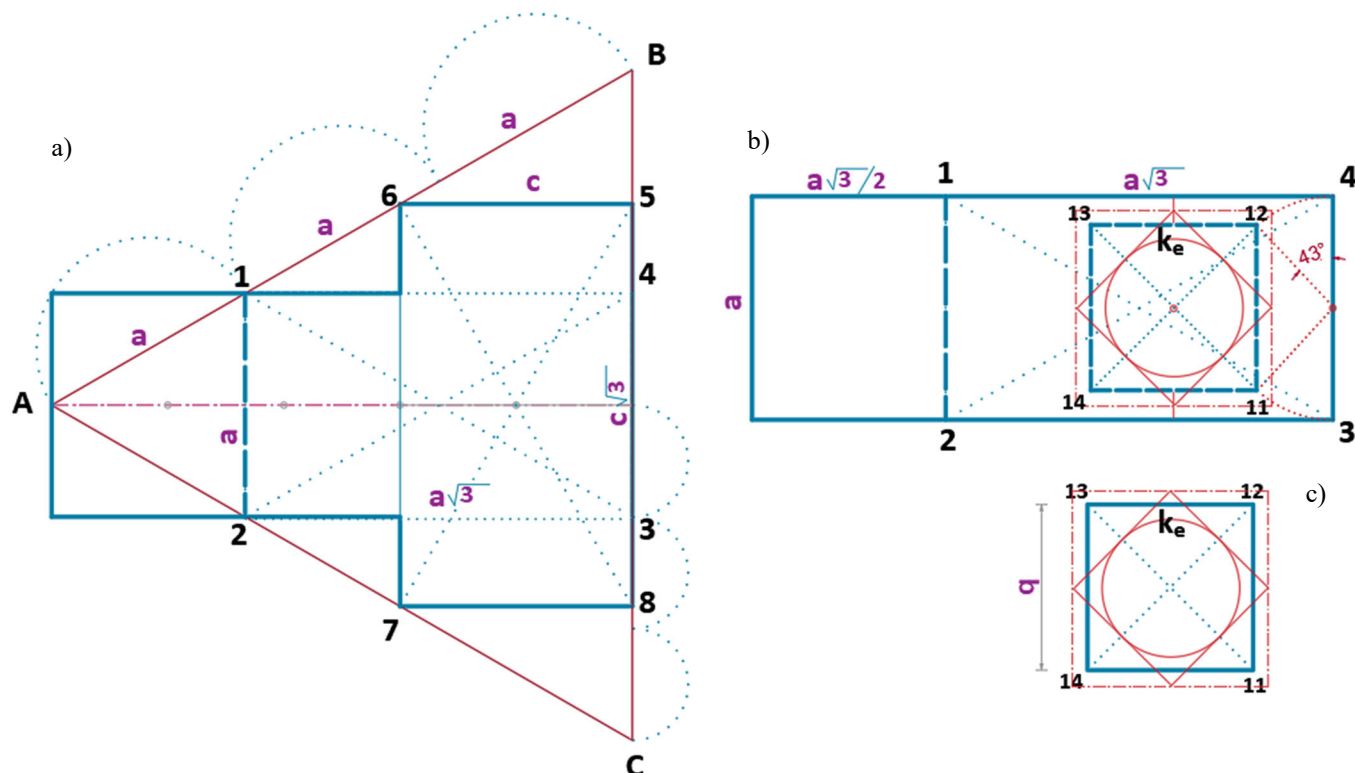
Sl. 6 Spoljašnje konture objekta u horizontalnoj ravni A-A sa triangulaturom



Sl. 7 Spoljašnje konture objekta u horizontalnim ravnima B-B (a) sa triangulaturom i C-C (b) sa kvadraturom

TABELA 1 DEBLJINE ZIDOVA CRKVE ZA POJEDINE PROSTORE (PREMA KOMPOZICIONOJ SHEMI) ISKAZANE U CM

Zidovi	PROSTORI CRKVE											
Strane sveta	PP	PSs	PSJ	DoS	DoJ	NS-T1	NS-T2	PES	PEJ	Dj	Pr	Ap
Istok	96	117	121	103	101.5	101	100	103	101	98	97.5	118*
Zapad	97	82	86	130	124	96	101	90	90	90	100	99
Sever	112	81	116	55.5	103	102	103	104.5	-	100	100	101
Jug	116	112	84	102	58	103	100	-	103	102	100	104



Sl. 8 Proporcijske sheme spoljašnjih kontura objekta: u horizontalnoj ravni A-A (a), B-B (b) i C-C (c)

C. Unutrašnje konture objekta - osnove

Svaka od usvojenih ravni preseka je analizirana i sa aspekta proporcija unutrašnjih prostora građevine. Kao pomoćne konstruktivne linije su ucrtane osovine zidova u dva ortogonalna pravca: po dužini *P-R-S-T-Q* i po širini objekta *I-II-III-IV-V-VI*.

U *visinskoj ravni A-A*, geometrijska analiza pokazuje sledeće pravilnosti:

- prostor unutar kontura obodnih zidova crkve za deo naosa-potkupolnog prostora (travej *T2*) sa pevnicama i deo oltarskog prostora (travej *T3*) sa pastoforijama, po dužini sadrži 3 kvadrata strane b^3 , a po širini 3 kvadrata strane $b/2$ (sl.9). Razmera ovog dela prostora je $1:2$ (bez unutrašnje podele zidova);

U geometrijskom smislu su korišćene i osovine zidova, označene sa *I-VI* pravca sever-jug i *P-Q* pravca istok-zapad, kao i polukružnice čiji su prečnici rastojanja između paralelnih osovine *I-III*, tj. *P-Q*;

- tangente većih polukružnica definišu položaj unutrašnjih kontura zidova (prostor oivičen osama *I-III* i *P-Q*); pri tome je $d/2$ - polovina vrednosti debljine južnog i severnog obodnog

zida; tangente manjih polukružnica definišu unutrašnju širinu naosa (sl. 9);

- geometrija zapadnog dela naosa - travej *T1*, širinom $b\sqrt{2}$ i dužinom b ponavlja geometriju centralnog traveja *T2*;

- naknadno dozidani prostori, naslonjeni na zapadni deo naosa imaju proporciju zlatnog preseka, dok bočni paraklisi (*Ps*), vezani sa pripratom, imaju proporcije $1:\sqrt{2}$; pri tome, dimenzija strane upisanog kvadrata je jednaka $b/2$, kao kod pastoforija⁴;

- unutrašnji prostor priprate ima širinu naosa $b\sqrt{2}$; položaj unutrašnje ivice zapadnog zida je određen kao tangenta polukružnice ucrtane između osa *P* i *Q*, dok je položaj istočnog zida vezan za osu *IV-IV* i debljinu zida d ; dodatno, ose *IV-VI* i *R-T* obrazuju kvadrat dimenzija strane $b\sqrt{2}+d$ (sl.9).

Prostori paraklisa *Ps* pokazuju pravilnost geometrije zlatnog preseka, pri čemu je strana jediničnog kvadrata $b/2$. Postupkom rotacije dijagonale polovine kvadrata se dobija dužina ϕ . Širina $b/2$ je ista kao kod pastoforija. Isti princip je primenjen i kod prostora *Do*, s tim što je jedinični kvadrat veći, shodno smanjenoj

³ Kvadrat strane b je na slici oivičen crvenom bojom i šrafran žutom bojom, dok je manji kvadrat širine $b/2$ oivičen plavom bojom.

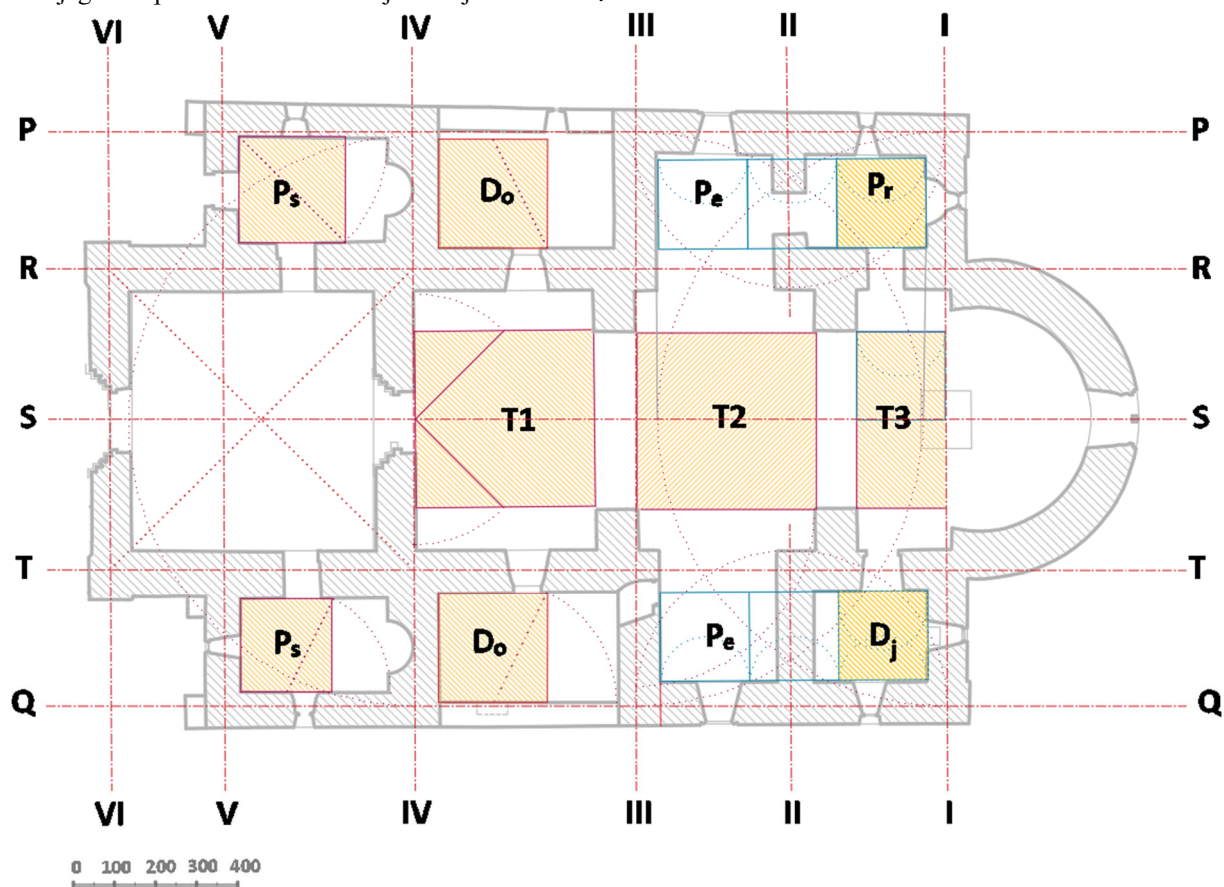
⁴ Pretpostavka autora je da severni paraklis nije bio osmišljen kao „veći“, nego da je povećanje nastalo usled neprecinosti zidanja severnog fasadnog zida.

debljini spoljašnjeg zida⁵.

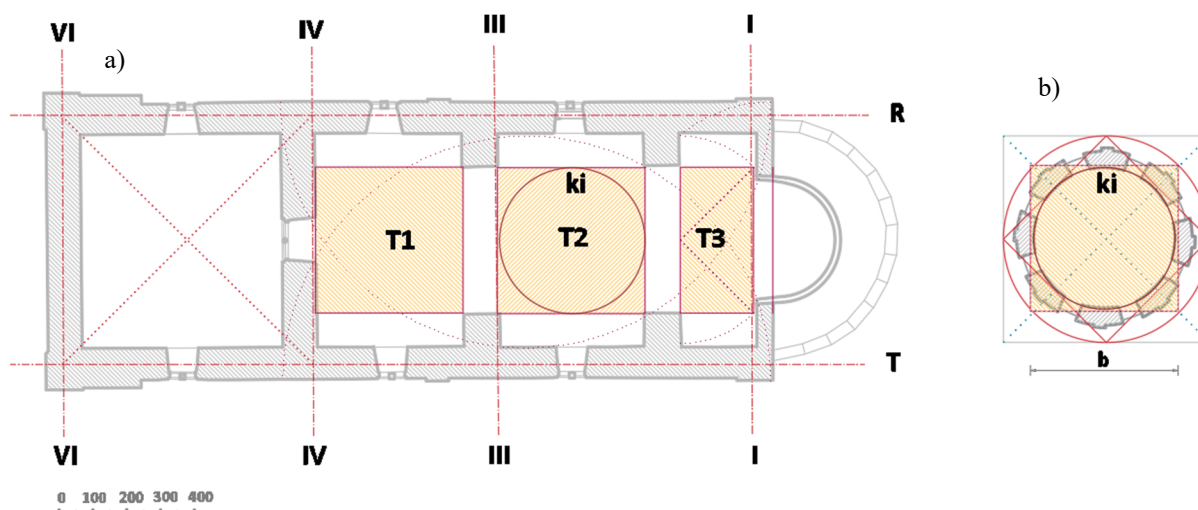
U *visinskoj ravni B-B*, geometrijska analiza u potpunosti ponavlja geometriju prostora u visinskoj ravni *A-A* (sl.10a).

U *visinskoj ravni C-C* unutrašnjost kružnog tambura je definisana njegovim prečnikom – dimenzijom b tj. kružnica k_i

je upisana u kvadrat dimenije strane b . Pri tome su oko kružnice k_i sukcesivno opisani kvadrat i krug, koji je upisan u spoljašnju konturu kubeta, oblika kvadrata (sl.10b)



Sl. 9 Proporcije unutrašnjeg prostora u horizontalnoj ravni A-A upotrebom kvadrature i zlatnog preseka

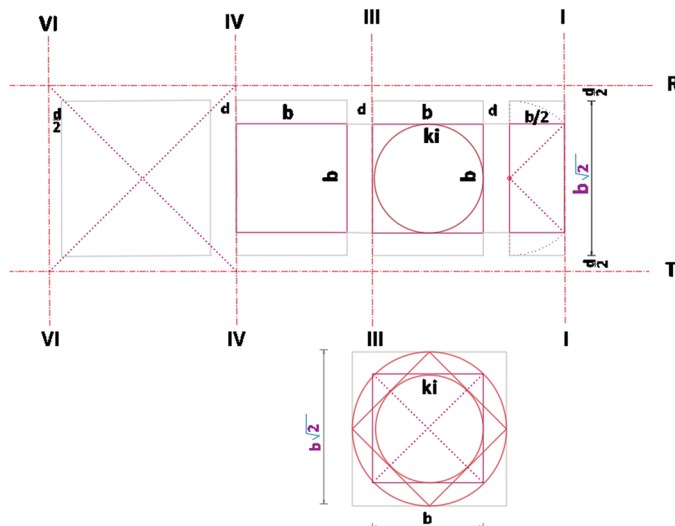
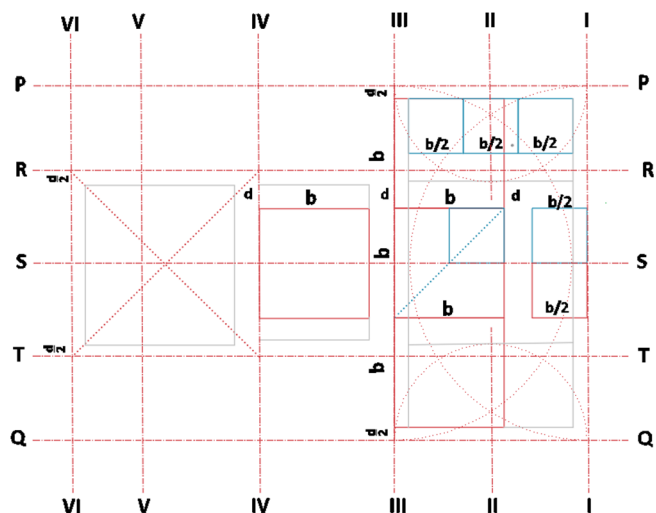


Sl. 10 Proporcije unutrašnjeg prostora u horizontalnim ravnima B-B (a) C-C (b) upotrebom kvadrature i naizmeničnim opisivanjem kruga i kvadrata

⁵ Zanimljivost je da, iako prostor nije originalno (prvobitno) osmišljen postoji proporcijski odnos, koji se uklapa u naknadno „zazidane“ okvire.

Geometrijske sheme koje odgovaraju analizama u ravnima preseka *A-A* i *B-B* kombinuju geometriju kvadrata dužina ivica b i $b/2$ sa modulom d (debljina zida), pozicioniranih u odnosu na definisane ose. Dodatno, polukružnice nad rastojanjima odgovarajućih osa grafički definišu unutrašnje konture zidova (sl. 11a i 11b). Shema u ravni *C-C* prikazuje odnos unutrašnjeg prečnika tambura b i spoljašnje konture kubeta $b\sqrt{2}$ (sl. 11c)

Princip rotacije dijagonale (najčešće), ili ivice kvadrata, da bi se dobile unutrašnje konture zidova objekata, je još jedna od metoda koja je primenjivana za ispitivanje proporcija srednjovekovnih crkava [15]. Tako je rotacija dijagonale



Sl.11 Proporcijske sheme unutrašnjih kontura objekta: u horizontalnim ravnima A-A (a), B-B (b) i C-C (c)

V. PROPORCIONISANJE POPREČNIH PRESEKA

Za analize geometrije poprečnih preseka sopocanskog katolikona, u 3 ravni preseka, su sprovedeni principi koji kombinuju geometrije figura jednakokraničnog trougla i kvadrata. Upisivanjem ovih oblika u spoljašnje i unutrašnje konture objekta su dobijeni sledeći rezultati:

U *preseku sa ravni 1-1*, uočavaju se dva niža, simetrično postavljena zasvođena prostora (pastoforije), u odnosu na centralni-viši (svod nad travejem *T3*), pokrivena istim tipom prelomljenog svoda. Geometrijske proporcije su ostvarene kombinovanjem oblika jednakokraničnih trouglova, odnosno, uglova od 60° i kvadrata strane $b\sqrt{2}$ (širina naosa), definisanih u analizama osnove objekta (sl. 12).

Prethodne analize unutrašnjih dimenzija prostora u osnovi (u delu naosa sa pevnicama) su pokazale da se tri kvadrata dimenzije strane b mogu upisati po širini crkve. Istoj širini ($3b$) odgovara zbir jednog centralnog kvadrata (širina naosa) i dve bočne polovine, gde je strana jednaka $3b/2$ ⁷. U grafičkim analizama su prikazane obe opcije sa većim i manjim

kvadrata sa stranom $b/2$ opcija da se dobije približna dimenzija širine prostora naosa $b\sqrt{2}$ (sl.10a - prikazano u traveju *T3*).

Zamenom dimenzije b , njenom stvarnom veličinom, koja iznosi $\sim 435\text{cm}$, kao i debljine zida od $\sim 100\text{cm}$ mogu se izračunati vrednosti rastojanja ucrtanih osovina. Tako rastojanje osovina I-III iznosi $3/2b+d=752.5\text{cm}$; rastojanje osovina P-R i T-Q iznosi $b/2+d=317.5\text{cm}$; rastojanje osovina R-T iznosi $b\sqrt{2}+d=715\text{cm}$. U odnosu na stvarne veličine, ove vrednosti su u okviru pretpostavljene merne greške od 2-3%.

kvadratom. Postavljanje istih kvadrata po visini je dalo odgovarajući rezultat po visini preseka.

Trouglovi:

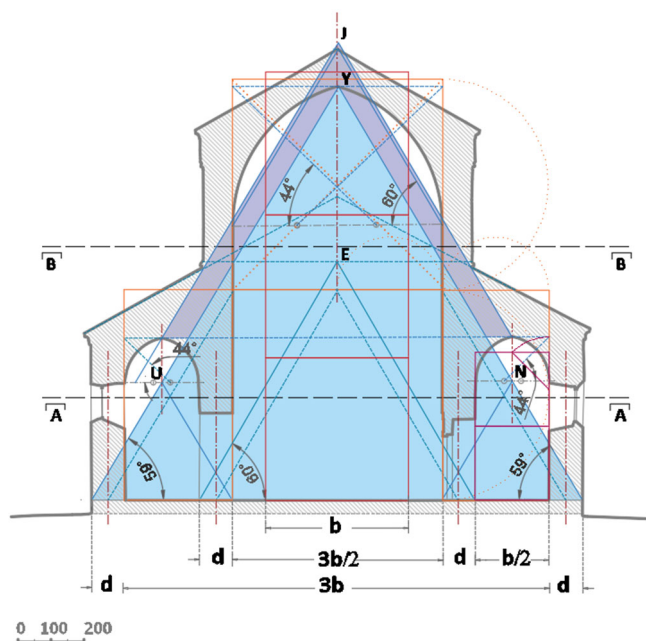
- *trougao 1* sa vrhom *Y* i stranom (bazom) $3b+2d$ koja odgovara spoljašnjoj širini crkve (u nivou poda crkve); vrh *Y* se nalazi u najvišoj tački prelomljenog luka – svoda nad delom oltarskog prostora (travej *T3*); izmereni ugao nagiba strana trougla je 59° .
- *trougao 2* sa vrhom *J*, čija je strana (baza) rastojanje temena manjih bočnih prelomljenih lukova;
- *trougao 3* sa vrhom *E*, čija je strana širina $3b/2+2d$; vrh se nalazi u ravni izdizanja višeg dela naosa iznad bočnih kosih krovova;
- *trouglovi 4 i 5* sa vrhovima *U* i *N*, čija je strana širina $b/2+2d$, tj. unutrašnja širina pastoforija, uvećana za debljine zidova; vrhovi *U* i *N* se nalaze u visini centara prelomljenih lukova;

Kvadrati:

- dva kvadrata strane $3b/2$, postavljena duž vertikalne ose crkve, i dve bočno postavljene polovine kvadrata u donjem nizu; ukupna visina odstupa od visine prelomljenog svoda nad naosom 1.7%, ili 22cm; geometrija donjeg niza figura odgovara unutrašnjim konturama zidova pastoforija;

⁶ Preciznim merenjem uglova su dobijene vrednosti od 59° , 60° i 61° .

⁷ Na ovaj način geometrijska shema daje grafički i merno precizniji rezultat u odnosu na dimenziju $b\sqrt{2}$.



Sl. 12 Poprečni presek 1-1, kroz deo oltara sa pastoforijama

- dva manja kvadrata veličine strane $b/2$ postavljeni su po visini, unutar prostora pastoforija; visina prelomljenog svoda je ostvarena rotacijom dijagonale gornje polovine kvadrata do vertikalnog položaja.

U *preseku sa ravni 2-2* se uočavaju dva niža simetrično postavljena prostora (pevnice), u odnosu na centralni visoki prostor (travej T2) koji se sužava u delu izduženog tambura ispod polukružne kupole. Geometrijske proporcije su ostvarene kombinovanjem oblika jednakokraničnih trouglova, odnosno uglova od 60° , kvadrata strane $3b/2$ i b definisanih u analizama osnove objekta (sl.13).

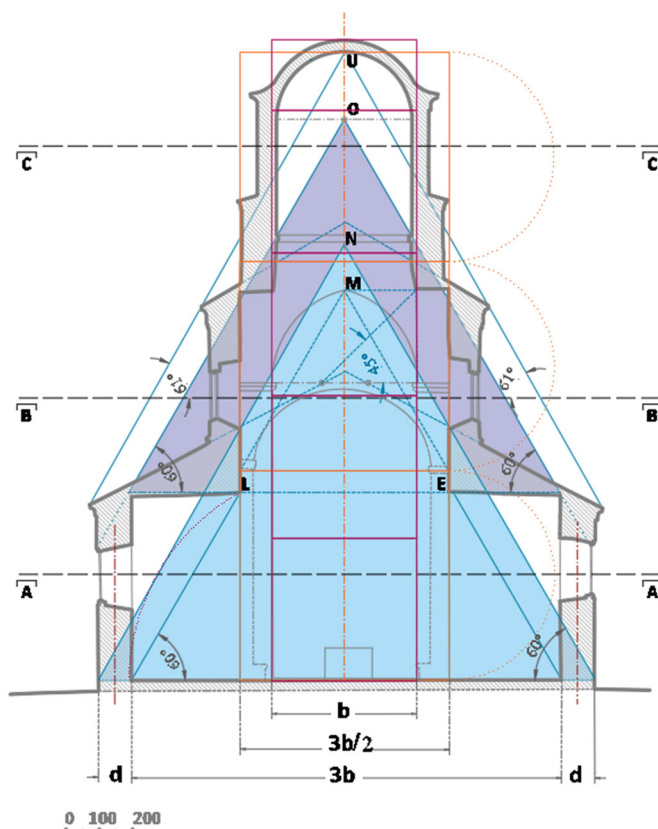
Trouglovi:

- *trougao 1* sa vrhom N i stranom (bazom) $3b+2d$ koja odgovara spoljašnjoj širini crkve (u nivou poda crkve); vrh N se nalazi u donjoj ravni venca tambura;
- *trougao 2* sa vrhom M i stranom (bazom) $3b/2$ koja odgovara unutrašnjoj širini naosa (u nivou donje ravni konzola luka apside); vrh M je teme prelomljenog luka, ispod kubeta;
- *trougao 3* sa vrhom O i stranom (bazom) $3b$ koja odgovara unutrašnjoj širini crkve (tangentna ravan nad bočnim poluobličasim svodovima pevnica); vrh O se nalazi u ravni centra kalote (kupole);
- *trougao 4* sa vrhom U polazi od krajnjih tačaka bočnih stepenovanih kosih krovova; (ugao nagiba je 61°)
- temena L i E koja određuju visinu svoda pevnica su takođe razmerena uglom od 60° od ravni poda i unutrašnjosti zidova.

Kvadrati:

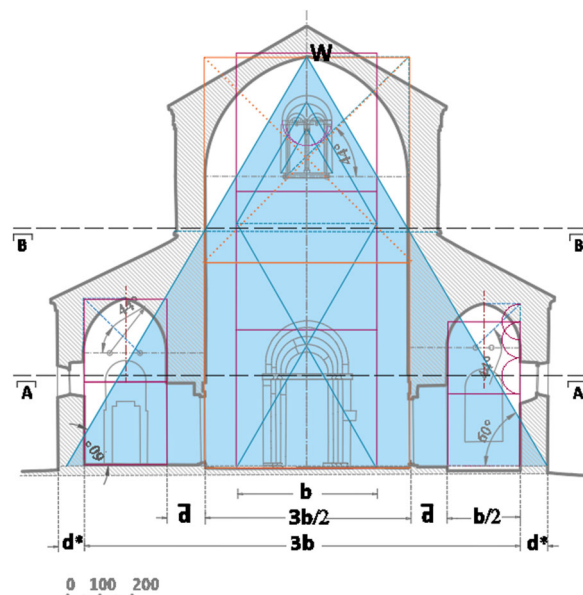
- tri kvadrata strane $3b/2$, postavljena u nizu duž vertikalne osovine crkve, definišu položaj unutrašnje visine potkupalnog prostora; dodatno, ova visina (u temenu U) se poklapa sa trouglom konstruisanim nad krajnjim tačkama nižih krovnih ravni; takođe, visina prvog kvadrata se poklapa sa osnovicom trougla čiji je vrh teme M .

U detalju se još može uočiti (na sl. 12 i sl.13) da su centri prelomljenih lukova na dijagonali opisanih paralelograma oko lukova, pod uglom 44° , odnosno 45° .



Sl. 13 Poprečni presek 2-2 kroz centralni deo naosa ispod kupole crkve

U *preseku sa ravni 3-3* koji ima istu koncepciju kao i presek 1-1, odstupanja u dimenzijama utiču na promenu geometrije u okviru nižeg bočnog dela crkve, sa severne strane (sl.14).



Sl. 14 Poprečni presek 3-3, kroz pripratu i bočne paraklise

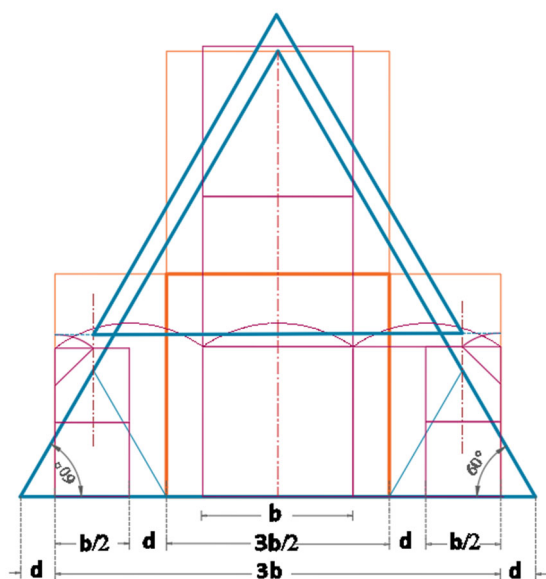
Naime, osim odstupanja od vertikalne ose simetrije (24.5cm) i razlike u visini svoda od 26cm, severni parkalis je

širi od južnog za 30cm. Debljine spoljašnjih zidova paraklisa d^* 81 i 84cm su uže nego u preseku 1-1, gde one iznose ~ 101 cm. Kota poda je za 7.5cm, u centralnom delu i 15cm, u južnom paraklisu niža nego u preseku 1-1. Takođe, zidovi između priprate i paraklisa, imaju veću debljinu ($d \sim 121$ cm).

Ove razlike utiču da je uklapanje geometrije kvadrata po visini preciznije nego u preseku 1-1. Slično je i sa trouglom čije je teme W poklopljeno sa temenom prelomljenog luka, a strana (baza) jednaka spoljašnjoj širini crkve. Proporcije severnog paraklisa su 1:2, shodno uklapanju visine prostora do temena prelomljenog svoda u dva istovetna kvadrata (veće širine nego u južnom paraklisu). U južni paraklis su po vertikali upisana dva kvadrata i $\frac{1}{4}$, pri čemu je strana jednaka $b/2$.

Kao u slučaju horizontalnih preseka, i ovde su prikazane *geometrijske sheme*, sačinjene od karakterističnih kvadrata i trouglova koje korespondiraju sa unutrašnjim i spoljašnjim konturama objekta:

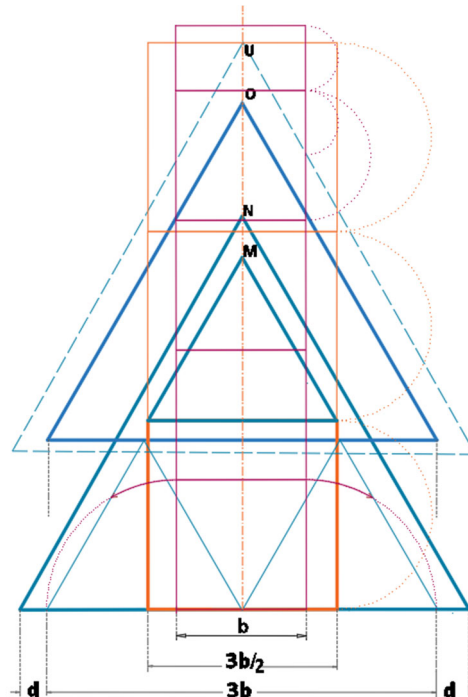
U shemi preseka 1-1 se izdvajaju dva veća jednakokranična trougla: veći, sa stranom $3b+2d$ (spoljna širina crkve) određuje najvišu tačku-teme svoda u unutrašnjosti, i manji, sa stranom $2b+2d$, u ravni temena svodova bočnih prostora, a vrhom određuje visinu slemena crkve. Figure većeg kvadrata određuju širinu naosa, a manjeg – širinu bočnih prostora. Kombinovano sa debljinom zida daju veličine strana trouglova i njihovu elevaciju. Dva manja trougla kreirana nad stranom $b/2+2d$ određuju duž visinsku ravan centara za bočne – niže svodove, dok je njihova visina određena geometrijom kvadrata strane $b/2$ (sl.15).



Sl. 15 Geometrijska shema za presek 1-1

U shemi preseka 2-2 se izdvajaju 3 jednakokranična trougla sa karakterističnim vrhovima, koji određuju geometriju konture objekta (kao na sl.13). Prvi trougao u nizu, sa stranom dimenzije $3b+2d$ (spoljašnja širina crkve), definiše visinu venca tambura; nešto manji sa stranom $3b$ (unutrašnja širina crkve), određuje položaj centra kupole i unutrašnju širinu crkve, dok je njegova elevacija - visina svodova bočnih pevnica određena sa dva manja trougla veličine strane $3b/2$. Centralni manji trougao sa stranom $3b/2$ (leži na kvadratu iste veličine strane) određuje visinu temena prelomljenih lukova na koja se oslanja kube. Četiri ipo i

kvadrata širine strane b duž vertikalne ose crkve određuju spoljašnju visinu kupole (sl.16).



Sl. 16 Geometrijska shema preseka 2-2

VI. 3D MODELI UNUTRAŠNJEG PROSTORA CRKVE

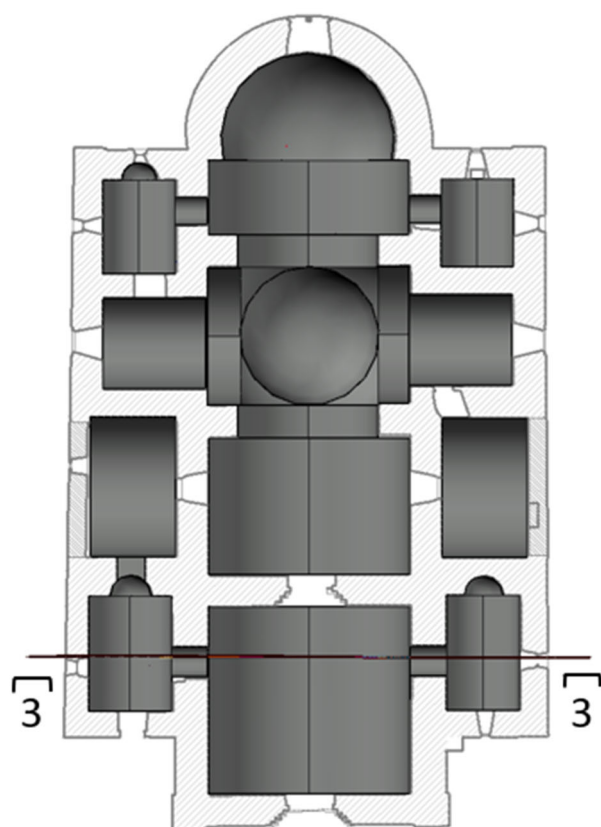
Evidentno je da se prostornost nekog objekta najbolje može sagledati kroz trodimenzionalni model, koji prikazuje odnose pojedinačnih volumena prostora i čijim se promenama može uticati na harmoničnost kako spoljašnjih, tako i unutrašnjih formi [16]. Za potrebe ovog istraživanja izmodelovani su volumeni analiziranih prostora, bez ulaženja u detalje i ukrase koji se nalaze na fasadi objekta-crkve. Svaki od elemenata modela „praznog“ prostora u softveru za modelovanje ima dostupne karakteristike, od kojih je ovde izdvojen volumen.

Radi poređenja sa proporcijama analiziranim u osnovi i poprečnim presjecima, sačinjena je volumetrijska analiza pojedinih prostora i prikazana u tabeli 2. Slika 17 prikazuje ortogonalnu projekciju modela, dok je na slici 18 prikazan i presek sa ravni 3-3, kako bi se napravio paralelan uvid površinskih i volumetrijskih odnosa.

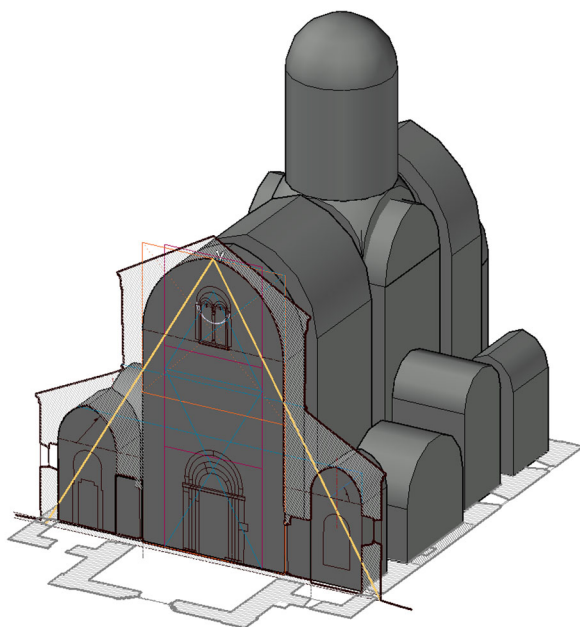
TABELA II. PRIKAZ VOLUMETRIJE PROSTORA CRKVE

PROSTOR	Ps	Do	Pe	Pr/Dj*	
Volumen (m ³)	sever	44.26	47.09	47.90	30.67
	jug	38.63	47.09	47.90	28.40*
PROSTOR	PP	T1	T2	T3	AP
Volumen (m ³)	438.85	318.78	426.02	165.58	127.93

Proračun pokazuje da je zapremina prostora priprate **PP** 11.3 puta veća od bočnog (južnog) paraklisa **Ps**, ili da je zapremina prostora naosa (u traveju **T1**) 6.77 puta veća od volumena dozidanih bočnih prostora **Do**. Volumen centralnog prostora naosa (u traveju **T2**) je 8.89 puta veći od pevnica **Pe**, dok je volumen oltarskog traveja **T3** 5.83 puta veći od prostora đakonika **Dj**, odnosno 5.39 od prostora proskomidije **Pr**.



Sl. 17 Prikaz 3D modela unutrašnjeg – praznog prostora crkve: ortogonalna projekcija sa naznakom presečne ravni



Sl. 18 Prikaz 3D modela unutrašnjeg – praznog prostora crkve: aksonometrijska projekcija sa poprečnim presekom 3-3

VII. ZAKLJUČAK

U ovom radu, koji se bavi proporcijским analizama katolikona manastira Sopoćani, prikazana je mogućnost da se jedan istorijski – srednjevekovni objekat, koji je građen ograničenim tehnikama i alatima datog vremena, sagleda kroz precizan sistem merenja i crtanja računarskim softverom, a na osnovu digitalnih podataka prikupljenih najsavremenijim metodama laserskog skeniranja.

Primenjena metoda koristi geometrijske figure jednakostraničnog trougla i kvadrata, kao i geometrijske konstrukcije koje se iz ovih oblika izvode. Veličine kojima se “razmerava” su jedinične dužine ivica trougova, odnosno kvadrata, kao i izvedene veličine $a\sqrt{2}$, $a\sqrt{3}$ i ϕ (proporcija zlatnog preseka).

Ključna dimenzija, koje je korišćena u proporcijским analizama je prečnik kružnice tambura/kupole, kao i njemu pridružen oblik opisanog kvadrata. Uz to, kao parametar je korišćena debljina zida (u slučaju ovog katolikona se pojavljuje nekoliko karakterističnih debljina zidova za odgovarajuće prostore). Stoga je jedan deo analiza posvećen i debljinama zidova pojedinih prostora objekta.

Analize su sprovedene u odnosu na spoljašnje i unutrašnje konture objekta u tri horizontalne i tri vertikalne ravni preseka. Spoljašnje konture osnove objekta su upisane u oblik/geometriju jednakostraničnog trougla, čime su dimenzije pravougaonih delova objekta (upisane) unutar trougla povezane sa proporcijским odnosom $1:\sqrt{3}$. Iz analiza sledi je da je glavna pažnja arhitekta-neimara usmerena na dva ključna pravougaona oblika u proporcijскоj shemi, a to su: deo naosa sa pevnicama i pastoforijama – 1 i priprata sa prvim travejem naosa – 2.

Unutrašnje proporcije prostora osnove su vezane za veličinu ivice kvadrata (opisan oko kruga tambura/kupole), čijom je multiplikacijom, deobom, ili rotacijom dijagonale dobijen određeni proporcijский odnos, koji je različit za unutrašnje konture zasebnih delova u kompoziciji prostora.

U proporcionisanju preseka dominantnu ulogu ima figura jednakostraničnog trougla čija je jedna strana horizontalna, a naspramno teme predstavlja karakterističnu tačku na strukturnim delovima objekta (takve su: centar kupole, najviša tačka svoda, ili kupole i sl.). U stepenastoj prostornoj koncepciji ovog objekta to je i očekivan i logičan ishod. Osim trougla, kvadrat sa dimenzijom strane širine centralnog broda tj. naosa, ili sa dimenzijom strane prečnika tambura, podržava shemu po vertikali, određenim brojem multiplikacija.

Analize geometrije su delom pretočene i u dimenzione, iako je taj pravac vrlo osetljiv, imajući u vidu nepreciznost trasiranja kontura i debljina zidova u srednjem veku. U tom smislu je ostavljena tolerancija greške od max 3%.

Na osnovu sprovedenog istraživanja se može zaključiti da je srednjevekovni neimar kreirao – projektovao objekat crkve koristeći u dimenzionisanju jednostavne geometrijske forme kvadrata i trouglova, kao i geometrijske konstrukcije iz njih

izvedene. Forme se multiplikuju ili dele prema potrebi projektantskog postupka. On koristi pravilnost formi, ali i detalja, koji tu formu podržavaju (kakav je slučaj sa određivanjem centara prelomljenih lukova na svim zasvođenim prostorima).

Ovo istraživanje je otvorilo niz novih pitanja i ostavilo prostora za ulaženje u dubinu i detalje. Tako se npr. otvara mogućnost kreiranja idealnog geometrijskog modela koji bi mogao biti parametarski definisan, kako bi se moglo uticati na sofisticiranje formi (variranjem parametara) i harmoničnosti prostora. Deo budućih proporcijских analiza treba da pripadne i fasadama, zajedno sa ukrasnim elementima prozora i portala. Bez obzira na intervencije kroz vreme, ili neprecinost majstora-izvođača, koje su na neki način „iskrivile“ sliku koju je provobitno osmislio neimar ovog zdanja, može se razmatrati pitanje originalne simetrije u celini i detaljima – međusobnim relacijama otvora na fasadama, kao i njihovoj geometriji.

REFERENCE/LITERATURA

- [1] M. Dragović, A. Čučaković, J. Bogdanović, M. Pejić and M. Srećković, “Proportional schemas of Serbian medieval Raška churches based on Štambuk’s proportional canon,” *Nexus Netw J*, vol. 21/1, pp. 33-58, 2019. <https://doi.org/10.1007/s00004-018-00426-z>
- [2] M. Dragović, A. Čučaković, D. Savvides and J. Bogdanović. “The two geometric concepts applied on the architectural design of medieval churches in the Balkans”, in *Thematic proc. of SmartART 2021*, M. Prosen & I. Živković eds., pp.372-392, 2021.
- [3] F. Beatrix, “Benedictine proportions”, *Nexus Netw J*, April 2025. <https://doi.org/10.1007/s00004-025-00818-y>
- [4] Đ. Bošković, „Arhitektura srednjeg veka”, Naučna knjiga, Beograd, 1976
- [5] O. Kandić, „Sopoćani. Istorija i arhitektura manastira“, Društvo konzervatora Srbije, Beograd, 2016.
- [6] O. Kandić, “Istraživanje arhitekture i konzervatorski radovi na manastiru Sopoćani”, *Saopštenja XVI*, Republički zavod za zaštitu spomenika kulture, Beograd, str. 7-23, 1984.
- [7] N. Debljović-Ristić, „Restauracija i konzervacija monofora sa crkve Sv. Trojice u manastiru Sopoćani”, *Glasnik društva konzervatora Srbije*, 36, pp.50-55, 2012.
- [8] S. Nenadović, „Arhitektura u Jugoslaviji od VIII do XVIII veka”, Naučna knjiga, Beograd, 1987.
- [9] R. Bork, “Dynamic Unfolding and the Conventions of Procedure: Geometric Proportioning Strategies in Gothic Architectural Design”. *Architectural Histories*, 2(1) 14, pp. 1-20, 2014.
- [10] B. Todić, M. Čanak Medić, “The Dečani Monastery”. *Museum in Priština, Mnemosyne*, 2005.
- [11] S. Vasiljević, „Naši stari graditelji i njihova stvaralačka kultura“, *Zbornik zaštite spomenika kulture VI-VII*, Beograd, 1955-1956.
- [12] M. Zloković, „Antropomorfni sistemi mera u arhitekturi”, *Zbornik zaštite spomenika kulture IV-V*, str. 181-216, Beograd, 1955.
- [13] M. Dragović, A. Čučaković, J. Bogdanović, S. Čičević and A. Trifunović “Triangular proportional scheme and concept of the two Serbian medieval churches”, in *Proceedings of ICGG Conf. on Geometry and Graphics*, pp. 677-689, Milano, Italy, 2018.
- [14] D. Savvides, “The conceptual design of the octagon at Thessaloniki”, *Nexus Netw J* 23 (2), pp.395-432, 2021.
- [15] M. Dragović, A. Čučaković, J. Bogdanović, S. Čičević, A. Trifunović, “Geometric proportional model of the church of the monastery Ljubostinja”, in *Proceedings of the 1st international conference SmartArt – Art and Science Applied*, str. 423-434, Belgrad, Srbija, 2019.
- [16] M. Vasov, V. Bogdanović, D. Randelović, H. Krstić, “Geometry of interior space of church buildings of medieval Serbian architecture”, in *Proceedings of Int. Sci. Conference Mongeometrija 2014*, vol.1, pp. 110-119, Niš, Serbia, 2014.

Abstract

The katholikon of the Sopoćani monastery is one of the most significant cultural heritage monuments in Serbia, being built during the ruling of the famous Nemanjić dynasty. The church of the Holy Trinity has being designed in so called Raška architectural style, which characterized a gradual growth of spatial complexity, that was reached in this particular monument. This research is addressed to an underlying geometry which is aligned with spatial concept and shaping of the monument, both in horizontal plans and vertical cross-sections. The methodology of the proportioning of this monument, i.e. revealing the harmony between dimensions and shapes, both in the exterior and interior, relies on using the method of inscribing and circumscribing geometric shapes of equilateral triangle and square, as well as geometric constructions obtained from these shapes. The analysis were performed based on the digital data – point cloud, obtained by terrestrial laser scanning of the monument. Spatial characteristics of the church are represented by the 3D model of the whole interior – empty space of the church, where each structural form has an adequate 3D model, hence representing overall architectural desing of this church.

SERBIAN MEDIEVAL SOPOĆANI MONASTERY: GEOMETRIC PROPORTIONAL ANALYSES IN DIGITAL ENVIRONMENT Magdalena Dragović