

Estimacija poremećaja u diskretnim sistemima sa kliznim režimom

Čedomir Milosavljević
Univerzitet u Istočnom Sarajevu,
Elektrotehnički fakultet
Istočno Sarajevo, Bosna i Hercegovina
cedomir.milosavljevic@elfak.ni.ac.rs
<https://orcid.org/0000-0002-1831-5559>

Senad Huseinbegović
Univerzitet u Sarajevu, Elektrotehnički
fakultet
Sarajevo, Bosna i Hercegovina
shuseinbegovic@etf.unsa.ba
<https://orcid.org/0000-0003-3108-6452>

Boban Veselić
Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet
Niš, Srbija
boban.veselic@elfak.ni.ac.rs
<https://orcid.org/0000-0001-6328-5865>

Anđela Jovanović
Univerzitet u Nišu, Elektronski fakultet
Niš, Srbija
andjela.jovanovic@elfak.ni.ac.rs
<https://orcid.org/0009-0001-7352-8362>

Branislava Peruničić-Draženović
Univerzitet u Sarajevu, Elektrotehnički
fakultet
Sarajevo, Bosna i Hercegovina
brana_p@hotmail.com
<https://orcid.org/0000-0001-5587-6083>

Sadržaj - U radu se upoređuju tri metode za estimaciju i kompenzaciju poremećaja u diskretnim sistemima sa kliznim režimom (KR). Prva metoda koristi Luenbergerov opserver poremećaja, druga - nominalni model upravljanog objekta, a treća - integral signala klizne funkcije. Cilj rada je da pokaže ekvivalentnost navedenih metoda u primeni na diskretne sisteme upravljanja sa KR u nominalnim uslovima na jednostavnom sistemu upravljanja objektom prvog reda, tipa čistog integratora. Poseban doprinos rada je modifikovani estimator poremećaja koji kombinuje Luenbergerov estimator sa estimatorom na osnovu integrala klizne funkcije. Teorijski rezultati su ilustrovani simulacionim eksperimentima.

Ključne reči—estimacija poremećaja, Luenbergerov opserver, klizni režimi

I. UVOD

Sistemi upravljanja promenljive strukture (SUPS) [1] su klasa nelinearnih sistema upravljanja koji menjaju svoju strukturu u cilju postizanja željenih osobina: stabilnosti, dinamičke i statičke tačnosti. Posebna klasa SUPS su sistemi sa kliznim režimom (KR) [2] koji pripadaju klasi robusnih sistema upravljanja. KR se organizuje na posebno izabranoj kliznoj hiperpovršini u prostoru stanja sistema, koja sadrži stanje ravnoteže sistema i opisuje se dinamikom željenog kretanja sistema. Kretanje sistema se odvija u dve etape: (i) doseganje klizne hiperpovršine za konačno vreme i (ii) klizanje ka ravnotežnom stanju, kome se eksponencijalno približava. Postoji i klasa KR sa konačnim vremenom doseganja ravnotežnog stanja [3] (što je slučaj kod upravljanja sistemom prvog reda, kada se klizna hiperpovršina identifikuje tačkom ravnotežnog stanja) kao i klasa sistema sa nultim vremenom doseganja KR [4] (što je karakteristika tzv. integralnih KR). Osnovna odlika KR je prekidni tip upravljanja. Posebna osobina sistema sa KR je invarijantnost kretanja u odnosu na poremećaje koji dolaze preko kanala upravljanja [5], što je odlika idealnih KR. U realnim uslovima, zbog prisutnih neidealnosti i nemodelovane dinamike moguć je nastanak samo realnog KR koji je praćen neželjenom pojavom treperenja (engl. *chattering*) u signalu upravljanja, čija amplituda može poprimiti neželjene vrednosti i učiniti neprimenljivost predloženog rešenja. U tom slučaju se prekidno upravljanje zamenjuje odgovarajućom linearnom ili nelinearnom aproksimacijom [6].

U savremenim sistemima upravljanja, obrada informacija se ostvaruje digitalnim procesorima čime se u sistem unosi kašnjenje od jedne periode diskretizacije, što dovodi do pojave kvazi-kliznog režima [7] i do tzv. numeričkog treperenja upravljanja. Zbog toga su razvijane metode [8-14] za ublažavanje treperenja i za ostvarivanje idealnih diskretnih KR u nominalnom sistemu, koji su po prvi put definisani [8].

Bitna osobina diskretnih KR je gubitak invarijantnosti, a robustnost sistema se takođe smanjuje, utoliko više ukoliko je perioda diskretizacije veća, jer poremećaji ne podležu diskretizaciji. To implicira upotrebu estimatora/kompenzatora poremećaja. U primeni dominiraju kompenzatori poremećaja: Luenbergerovog tipa [15,16]; kompenzatori sa jednom periodom kašnjenja zasnovani na nominalnom modelu objekta [10] i kompenzatori na osnovu klizne funkcije [17-22]. Kompenzatori Luenbergerovog tipa se najčešće primenjuju u praksi, a zatim kompenzatori na osnovu nominalnog modela objekta. Kompenzator na osnovu klizne funkcije prvi put je primenjen u pozicionom servosistemu sa motorom jednosmerne struje [17], zatim u pozicionom servosistemu sa asinhronim motorom u kombinaciji sa aktivnim estimatorom poremećaja [18], a teorijski je detaljno razrađen u [19]. Tu je, osim kompenzatora iz [17] koji vrši estimaciju na osnovu vrednosti poremećaja iz prethodnog trenutka odabiranja, predložen i estimator koji koristi dve vrednosti poremećaja iz dva prethodna trenutka odabiranja. Estimatori tog tipa primenjeni su u brzinskom servosistemu [20]. Sličan prilaz je dat i u [21], dok je u [22] pored integrala klizne funkcije uneta i doza diferencijalnog delovanja koje može pobošljati karakteristike sistema sa nemodelovanom dinamikom.

U ovom radu se prikazuju principi estimacije i kompenzacije poremećaja i to: (1) estimatora Luenbergerovog tipa, (2) estimatora na osnovu nominalnog modela objekta i (3) estimatora na osnovu integrala klizne funkcije, koji se u daljem tekstu navode kao tip 1, tip 2 i tip 3, respektivno. Takođe, pokazuje se njihova ekvivalentnost u odnosu na mogućnost potiskivanja poremećaja, koja je demonstrirana na jednostavnom sistemu upravljanja objektom tipa čistog integratora primenom diskretnih kliznih režima. S obzirom na činjenicu da navedeni estimatori/kompenzatori nisu ekvivalentni u odnosu na referentni signal upravljanja, u radu je predložena

Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija Republike Srbije (br. ugovora: 451-03-137/2025-03/200102)

kombinacija koja omogućava postizanje izvanrednih osobina ne samo u potiskivanju poremećaja već i u praćenja složenih referentnih signala.

U radu se koriste sledeće skraćene oznake:

$$\text{sign}(s) = \begin{cases} \frac{s}{|s|} & \text{za } s \neq 0; \\ 0 & \text{za } s = 0 \end{cases};$$

$$\text{sgn}(s_k) = \begin{cases} \frac{s_k}{|s_k|} & \text{za } s_k \neq 0; \\ [-1, 1] & \text{za } s_k = 0 \end{cases};$$

II. PRELIMINARNA RAZMATRANJA

A. Projektovanje kliznog upravljanja

U ovom odeljku, dajemo osnovne elemente projektovanja sistema sa KR prema referencama [13,14,23]. Neka je dat objekat upravljanja opisan modelom

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(u(t) + d(t)), \quad (1)$$

gde je $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ - merljiv vektor stanja objekta, $u(t), d(t) \in \mathbb{R}$ su upravljanje i poremećaj, respektivno, $\mathbf{A}, \mathbf{b}$ su konstantne matrice odgovarajućih dimenzija. Pretpostavlja se da su svi poremećaji (spoljašni i parametarski) sadržani u $d(t)$ i deluju u kanalu upravljanja, a da je sistem potpuno kontrolabilan.

Datim procesom treba upravljati tako da mu dominantno kretanje bude opisano relacijom

$$s(t) = \mathbf{c}\mathbf{x}(t) = 0, \mathbf{c} \in \mathbb{R}^{1 \times n}, \quad (2)$$

koja predstavlja površ na kojoj treba ostvariti KR. Treba naći upravljanje koje dovodi sistem na $s(t) = 0$ iz bilo kog početnog položaja $\mathbf{x}(0)$ za konačno vreme i drži stanje na (2). Obično se upravljanje definiše u obliku

$$u(t) = u_{eq}(t) - \alpha \text{sign}(s(t)), \alpha = \text{const} > 0, \quad (3)$$

gde je $u_{eq}(t)$ -ekvivalentno upravljanje, a $\alpha \text{sign}(s(t))$ prekidno upravljanje dosezanja. Ekvivalentno upravljanje se određuje iz uslova [2,5]:

$$\dot{s}(t) = \mathbf{c}\dot{\mathbf{x}}(t) = 0 \mid_{(d(t)=0)} \quad (4)$$

za nominalni sistem, što, zamenom (1) u (4) i rešavanjem dobijene jednakosti po signalu upravljanja, daje

$$u(t) = u_{eq}(t) = -\mathbf{c}\mathbf{A}\mathbf{x}(t). \quad (5)$$

Vektor $\mathbf{c}$ iz (2) se nalazi iz uslova da se ostvari željena dinamika sistema u KR preko vektora spektra polova $\mathbf{p}$. Jedan pol mora biti u nuli, a ostali u stabilnoj oblasti. Tada se sledećom procedurom [23] može doći do ekvivalentnog upravljanja i vektora $\mathbf{c}$, koristeći Akermanovu formulu [24] i odgovarajući MATLAB alat. Ekvivalentno upravljanje se nalazi kao

$$u_{eq}(t) = -\mathbf{k}_{eq}\mathbf{x}(t); \mathbf{k}_{eq} = \text{acker}(\mathbf{A}, \mathbf{b}, \mathbf{p}). \quad (6)$$

a vektor $\mathbf{c}$ se određuje po formuli [23]:

$$\mathbf{c} = [\mathbf{k}_{eq} \ 1] \cdot \text{pinv}([\mathbf{A} \ \mathbf{b}]). \quad (7)$$

Diskretizacijom modela (1) sa periodom uzorkovanja T , uz pretpostavku $u(t) = u(kT), kT \leq t < kT + T$, dobija se vremenski diskretni model

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d u_k + \mathbf{h}_k, \quad (8)$$

gde su $\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}T}$, $\mathbf{b}_d = \int_0^T e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{b} d\tau$, $\mathbf{h}_k = \int_0^T e^{\mathbf{A}\tau} \mathbf{b} d((k+1)T - \tau) d\tau$ i $*_k = * (kT)$. Kako su danas periode diskretizacije izuzetno male, u slučaju sporopromenljivih poremećaja, koji su dominantni u sistemima automatskog upravljanja, diskretni poremećaj $\mathbf{h}_k$ se može predstaviti kao $\mathbf{h}_k = \mathbf{b}_d d_k$, pa važe uslovi poklapanja [5]. Dakle, diskretni model postaje

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_d\mathbf{x}_k + \mathbf{b}_d(u_k + d_k) \quad (9)$$

Formule (6) i (7) su date za kontinualni domen, ali važe i za diskretni domen uz odgovarajuće diskretne matrice $\mathbf{A}_d, \mathbf{b}_d, \mathbf{p}_d$. Postoji i drugi prilaz, da se na osnovu zakona upravljanja iz kontinualnog domena odredi upravljanje u diskretnom domenu, koje obezbeđuje idealni diskretni KR u nominalnom sistemu. Taj prilaz biće ukratko prikazan u sledećem odeljku prema [14].

B. Klizno upravljanje u diskretnom domenu

Ima više prilza u projektovanju diskretnih kliznih režima. Ovde će pažnja biti usmerena na implicitnu Ojlerovu metodu diskretizacije kontinualnog algoritma upravljanja [14]. Metoda obezbeđuje upravljanje bez treperenja u nominalnim uslovima i eksplicitno određivanje upravljanja za sisteme sa jednim ulazom.

Neka je sistem opisan sa (1)-(3), za $d(t) = 0$. Tada diferencijal $s(t)$ može se izraziti relacijama [14]:

$$\dot{s}(t) = d(\mathbf{x}) - D(\mathbf{x})\text{sgn}(s(t)), \quad (10a)$$

$$d(\mathbf{x}) = \mathbf{c}\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{c}\mathbf{b}u_{eq}(t), D(\mathbf{x}) = \mathbf{c}\mathbf{b}\alpha. \quad (10b)$$

Diskretizacija (10) implicitnom Ojlerovom metodom daje

$$s_{k+1} = s_k + Td(\mathbf{x}_k) - TD(\mathbf{x}_k)\text{sgn}(s_{k+1}). \quad (11)$$

Rešenje (11) po s_{k+1} je izvedeno u [14] kao

$$s_{k+1} = s_k + Td(\mathbf{x}_k) - TD(\mathbf{x}_k) \min \left\{ \left| \frac{s_k + Td(\mathbf{x}_k)}{TD(\mathbf{x}_k)} \right|, 1 \right\} \text{sign}(s_k + Td(\mathbf{x}_k)). \quad (12)$$

Ova relacija se koristi za dobijanje upravljanja koje, za usvojeno $\mathbf{c}\mathbf{b} = 1$ što je uobičajeno u praksi, poprma konačan oblik

$$u_k = -\mathbf{c}\mathbf{A}\mathbf{x}_k - \alpha \min \left\{ \frac{|s_k|}{T\alpha}, 1 \right\} \text{sign}(s_k). \quad (13a)$$

U slučaju upravljanja objektom tipa čistog integratora $\mathbf{A} = 0, \mathbf{c} = \mathbf{b} = 1, s_k = \mathbf{x}_k, |d(t)| \leq d_o < \alpha < \infty$, (17a) se svodi na:

$$u_k = -\alpha \min \left\{ \frac{|s_k|}{T\alpha}, 1 \right\} \text{sign}(s_k) = \begin{cases} -\alpha \text{sign}(s_k) & \text{za } |s_k| > \alpha T \\ -\frac{s_k}{T} & \text{za } |s_k| \leq \alpha T \end{cases} \quad (13b)$$

III. PROJEKTOVANJE ESTIMATORA POREMEĆAJA

A. Opserver poremećaja Luenbergerovog tipa

Tipična primena Luenbergerovog opserversa poremećaja je kao na Sl.1 [15,16]. Za slučaj objekta tipa čistog integratora, opservers poremećaja Luenbergerovog tipa, koristeći klizno upravljanje (13b) u linearnom domenu, definisan je sledećim relacijama [25]

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + T\mathbf{u}_k + T\tilde{\mathbf{d}}_k, \tilde{\mathbf{d}}_k = \mathbf{d}_k - \hat{\mathbf{d}}_k, \quad (14a)$$

$$\hat{\mathbf{e}}_k = \mathbf{x}_k - \hat{\mathbf{x}}_k, \quad (14b)$$

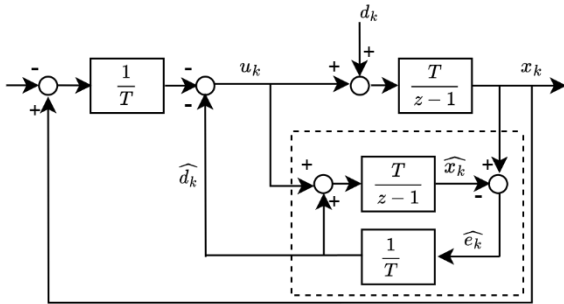
$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} + T(\mathbf{u}_k + T^{-1}\hat{\mathbf{e}}_k), \hat{\mathbf{d}}_k = T^{-1}\hat{\mathbf{e}}_k \quad (14c)$$

Blok šema estimatora poremećaja na Sl. 1 se bazira na (14) ali uz eksplicitnu diskretizaciju integratora u estimatoru. Vidi se da opservers ima dva ulaza i jedan izlaz. Šema se može transformisati u strukturu sa Sl. 2, sa dva ulaza i dva izlaza, na

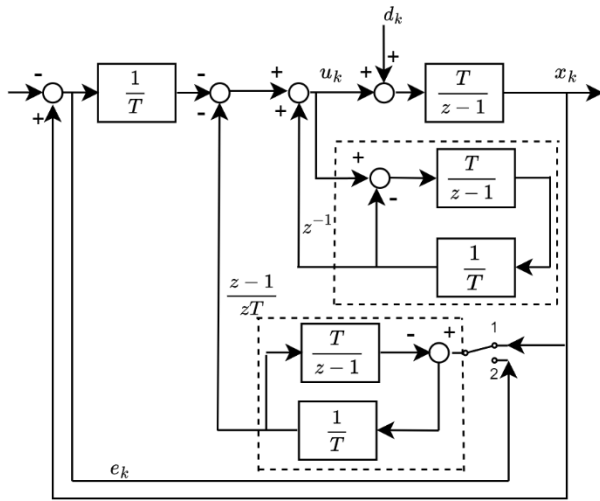
osnovu koje se mogu dekomponovati delovanja upravljanja i izlaza na sistem. Uočava se da kanal po upravljanju formira lokalnu pozitivnu povratnu spregu sa prenosom z^{-1} nad jediničnim pojačanjem, čime se u kanal upravljanja unosi integrator $\frac{z}{z-1}$. Drugi kanal formira povratnu spregu od izlaza sistema do izlaza regulatora i ima funkciju prenosa diferencijatora $\frac{z-1}{zT}$. Dakle, estimirani poremećaj je

$$\hat{D}(z) = \frac{1}{z}U(z) - \frac{z-1}{zT}X(z). \quad (15)$$

U cilju ocene potiskivanja poremećaja, pretpostavimo da je sistem izložen samo poremećaju, bez reference. Tada drugi kanal estimatora poremećaja deluje u paraleli sa regulatorom (kao da je preklopnik na Sl. 2 u položaju 2), tj. njihove funkcije prenosa se sabiraju i daju ekvivalentni prenos regulatora $\frac{2z-1}{zT}$.



Sl. 1 Estimator poremećaja Luenbergerovog tipa



Sl. 2 Dekompozicija opserversa sa Sl. 1

Sada ukupni prenos od diskriminatora greške sistema do poremećaja je: $\frac{2z-1}{zT} \cdot \frac{z}{z-1} = \frac{2z-1}{T(z-1)}$. Povratni prenos sistema je $\frac{2z-1}{(z-1)^2}$, a karakteristična jednačina $z^2 = 0$. To znači da je sistem deadbeat tipa i astatizma drugog reda.

B. Estimator na osnovu nominalnog modela objekta

Estimator poremećaja, na osnovu nominalnog modela objekta upravljanja, definiše se na sledeći način: Iz modela (9) nalazi se poremećaj, zakašnjen za jednu periodu diskretizacije, što daje $\mathbf{b}_d d_{k-1} = (x_k - \mathbf{A}_d x_{k-1} - \mathbf{b}_d u_{k-1})$. Za objekat tipa čistog integratora $\mathbf{A}_d=1$, $\mathbf{b}_d = T$, dobija se

$$d_{k-1} = T^{-1}(x_k - x_{k-1} - T u_{k-1}), \quad (16)$$

za $\hat{d}_k = d_{k-1}$ u kompleksnom domenu daje

$$\hat{D}(z) = \frac{z-1}{zT}X(z) - \frac{1}{z}U(z). \quad (17)$$

Kako je u (9) poremećaj sa pozitivnim znakom, u kompenzaciji se $\hat{d}_k$ uvodi sa negativnim znakom. Iz (15) i (17) se vidi sa se ova kompenzacija poremećaja svodi na prethodnu.

C. Estimator na osnovu klizne funkcije [19]

Model sistema upravljanja čistim integratorom sa poremećajem je dat relacijom

$$x_{k+1} = x_k + T u_k + T d_k. \quad (18)$$

Sada je klizna funkcija, $s_{k+1} = c x_{k+1} = x_{k+1}$, sa upravljanjem (13) u linearnom domenu određena izrazom

$$s_k = T d_{k-1} \leftrightarrow d_{k-1} = T^{-1} s_k, |s_k| \leq \alpha T. \quad (19)$$

Kompenzaciono upravljanje $u_{c,k}$ se dodaje upravljanju nominalnog sistema (13b) tako da je ukupno upravljanje $u_k^u = u_k + u_{c,k}$. Ako $u_{c,k}$ ne pokriva u potpunosti poremećaj, u sistemu će egzistirati pomeraj klizne funkcije iz željenog stanja $s_k = 0$ i iznosiće $s_k = T d_{k-1} + T u_{c,k-1}$. Usvajajući da je $u_{c,k} = -d_{k-1}$ i $\hat{d}_k = d_{k-1}$, prethodna relacija postaje

$$\hat{d}_k = \hat{d}_{k-1} + T^{-1} s_k, \quad (20)$$

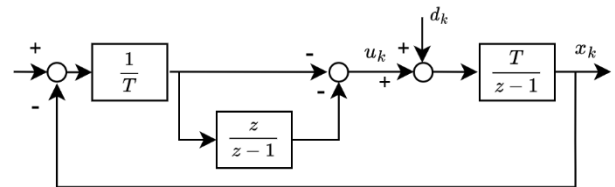
što u kompleksnom domenu daje

$$\hat{D}(z) = \frac{z}{T(z-1)}S(z). \quad (21)$$

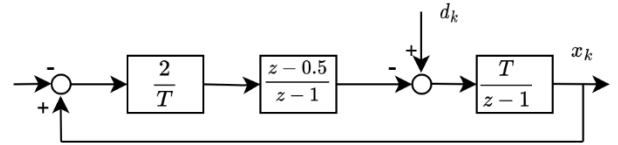
Strukturna blok-šema sistema sa estimatorom (kompenzatorom) ovog tipa prikazana je na Sl. 3.

D. Ekvivalentnost kompenzatora u odnosu na poremećaj

Pokazano je da su kompenzatori tipa 1 i tipa 2 ekvivalentni. Treba pokazati ekvivalentnost kompenzatora tipa 1 i tipa 3. Može se pokazati da se sistemi sa ovim kompenzatorima svode na ekvivalentnu strukturu na Sl. 4, što potvrđuje ekvivalentnost sva tri estimatora u odnosu na poremećaj d_k .



Sl. 3 Estimator poremećaja na bazi klizne funkcije



Sl. 4 Svedeni modeli estimatora poremećaja u odnosu na poremećaj

Kako se prva struktura opisuje dinamikom drugog reda sa deadbeat polovima, to se odnosi i na ostale dve strukture. Pošto je polazni spregnuti sistem imao jedan pol u nuli, a sistem sa kompenzatorima dobija još jedan pol u nuli to govori o tome da estimatori poremećaja nisu uticali na dinamiku polaznog sistema. Iz strukture na Sl. 4 lako se nalazi prenos od poremećaja d_k do estimirane vrednosti $\hat{d}_k$ (praktično u_k na Sl. 4)

$$\hat{D}(z) = \frac{2z-1}{z^2} D(z). \quad (22)$$

Ovaj izraz ukazuje da se proces estimacije i kompenzacije odvija u dva intervala odabiranja.

E. Osobine sistema u odnosu na referentni signal

Pretpostavlja se da je sistem bez poremećaja i analiziraju se njegove osobine u odnosu na referentni signal. Struktura sa Sl. 2 se svodi na ekvivalentni sistem čiji je povratni prenos

$$W_p(s) = \frac{1}{z-1}, \quad (23)$$

što ukazuje na činjenicu da Luenbergerov opservers ne utiče na dinamiku sistema po referentnom signalu. Sistem ima astatizam i prati konstantnu referencu bez greške, a nagibnu sa konstantnom greškom. To se isto odnosi i na sistem sa kompenzatorom tipa 2. Sistem sa kompenzatorom tipa 3 ima povratni prenos

$$W_p(z) = \frac{2z-1}{(z-1)^2}, \quad (24)$$

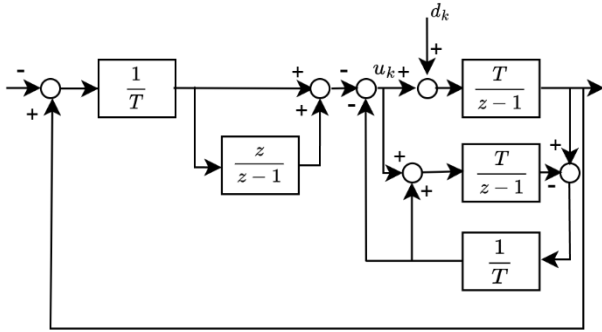
pa sistem prati konstantne i nagibne signale bez greške.

Sistemi su deadbeat tipa i po referenci, jer u funkciji spregnutog prenosa polovi su u nuli, pri čemu sistem tipa 1 i 2 imaju dinamiku prvog reda dok sistem 3 dinamiku drugog reda. Takođe, uočava se poznata osobina da Luenbergerov opservers ne utiče na dinamiku sistema po referentnom signalu, što se može iskoristiti za moguće bolje potiskivanje poremećaja kombinacijom Luenbergerovog opserversa poremećaja i estimatora poremećaja na osnovu klizne funkcije.

F. Kombinovani estimator/kompenzator

Razmotrimo mogućnost kombinacije estimatora poremećaja Luenbergerovog tipa i estimatora na bazi klizne funkcije. Tada je ekvivalentna struktura u odnosu na poremećaj prikazana na Sl. 5. Povratni prenos sistema u odnosu na poremećaj je

$$W_p^d(z) = \frac{3z^2-3z+1}{(z-1)^3}. \quad (25)$$



Sl. 5 Kombinovani estimator/kompenzator poremećaja

Povratni prenos ima konačne nule u $z = 0.5 \pm j0.289$ i trostruki pol u 1. Prema tome, može se zaključiti da sistem potiskuje poremećaje do kubnog stepena.

U odnosu na referentni ulaz funkcija povratnog prenosa je

$$W_p(z) = \frac{2z-1}{(z-1)^2} \quad (26)$$

Sistem može da prati konstantne i nagibne signale bez statičke greške.

Interesantno je uporediti ovaj estimator poremećaja sa estimatorom koji estimira poremećaj na osnovu dva prethodna odbirka [19]. Prenos takvog kompenzatora je

$$W_k(z) = \frac{(2z-1)z}{T(z-1)^2}, \quad (27)$$

a koristi se umesto kompenzatora (21). Spregnuti prenos sa kompenzatorom (27) i nominalnim pojačanjem kontrolera $1/T$ je

$$W_s(z) = \frac{z^2}{z^3-2z^2-3z-1} \quad (28)$$

i nestabilan je, jer ima jedan pol u 3.0796.

Pokazano je da se kombinacijom Luenbergerovog opserversa i opserversa sa KR dobija astatizam trećeg reda po poremećaju. Ukoliko se na ulaz opserversa umesto izlaznog signala dovede signal greške (Sl. 2, preklopnik u položaju 2), tada će povratni prenos po signalu greške i po referentnom signalu biti isti (relacija (25)). Sistem i po referentnom signalu postaje astatizma trećeg reda i može pratiti referentne signale sve do kubnog oblika. Stabilnost sistema je obezbeđena, jer je spregnuti prenos

$$W_s^k(z) = \frac{3z^2-3z+1}{z^3}, \quad (29)$$

sa deadbeat polovima. Sistem je minimalnofaznog tipa.

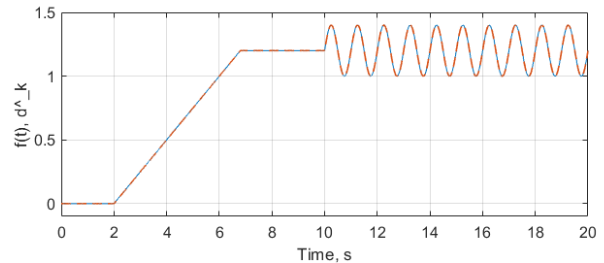
IV. SIMULACIONI REZULTATI

Poremećaj koji deluje na sistem je dat relacijom

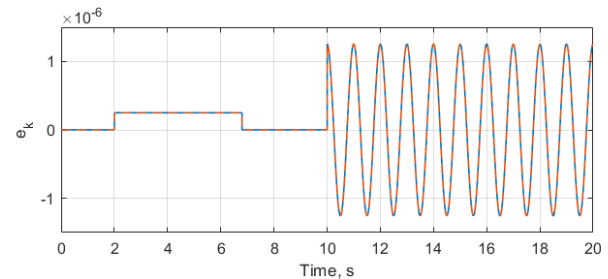
$$d(t) = \text{proj}_{[-1.2, 1.2]}(0.25t \cdot h(t-2)) + 0.2 \sin 2\pi t \cdot h(t-10)$$

a prikazan je na Sl. 6, gde su date i estimirane vrednosti ostvarene estimatorima tipa 1 i tipa 3. Na Sl. 7 je prikazana greška estimacije oba kompenzatora iz koje se vidi njihova potpuna podudarnost. Sl. 8. prikazuje grešku estimacije poremećaja kombinovanim estimatorom sa Sl. 5. koja je za dva-tri reda veličine manja u odnosu na prethodni slučaj.

Na Sl. 9 je prikazan signal greške pri praćenju nagibnih referentnih signala kompenzatorima poremećaja tipa 1, 3 i kombinovanim kompenzatorom (1+3), što se jasnije uočava na Sl. 10, koja prikazuje uvećani detalj.



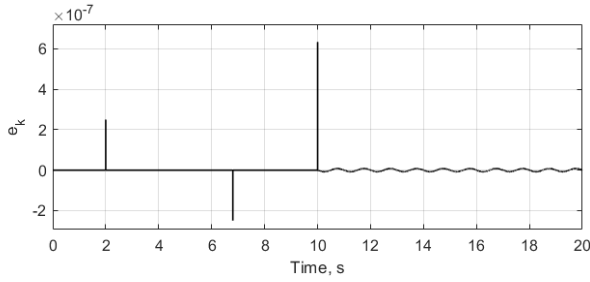
Sl. 6 Kombinovani estimator/kompenzator poremećaja



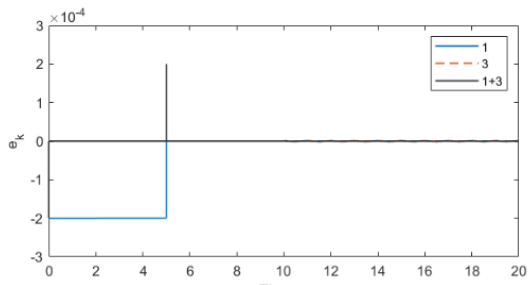
Sl. 7 Greška sistema za dati poremećaj sa estimatorima (1) i (3)

Sl. 11-14 prikazuju grešku sistema pri praćenju sinusne reference bez i sa poremećajem pri primeni kompenzatora 1, 3 i njihove kombinacije (1+3), iz kojih se vidi efikasnost praćenja i

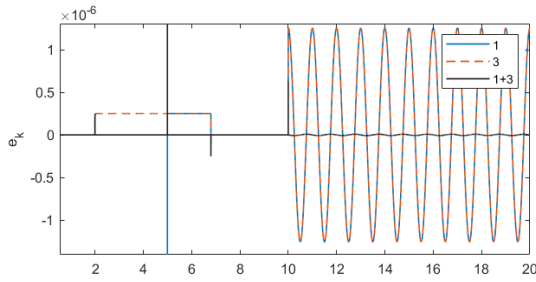
potiskivanja poremećaja. Sl. 15 prikazuje signal upravljanja u prisustvu poremećaja i sinusoidne reference iz koga se vidi da u sistemu odsustvuje treperenje za nominalne parametre objekta.



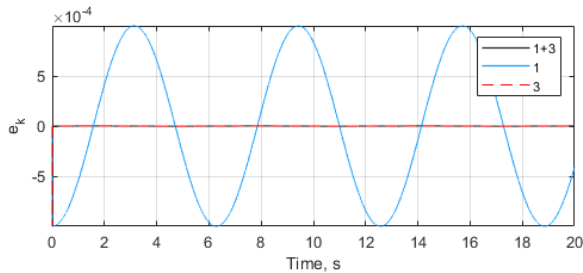
Sl. 8 Greška sistema sa kombinovanim estimatorom (32)



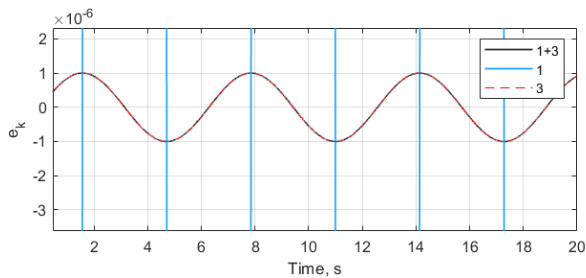
Sl. 9 Greška sistema pri praćenju nagibnog signala



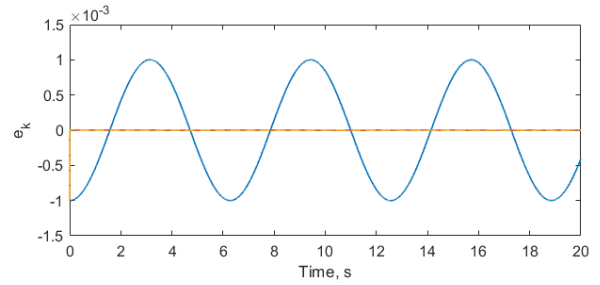
Sl. 10 Zumirana prethodna slika



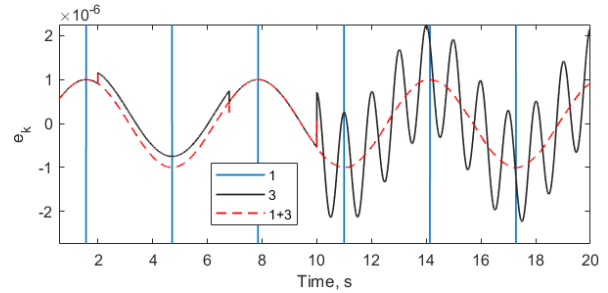
Sl. 11 Greška sistema pri praćenju sinusne reference bez poremećaja



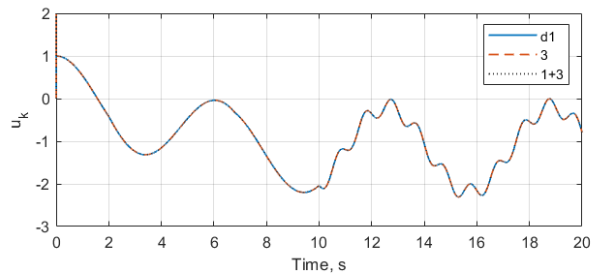
Sl. 12 Zumirana prethodna slika



Sl. 13 Greška sistema pri istovremenom delovanju poremećaja i reference u slučaju estimatora 1, 3 i 1+3



Sl. 14 Zumirana prethodna slika



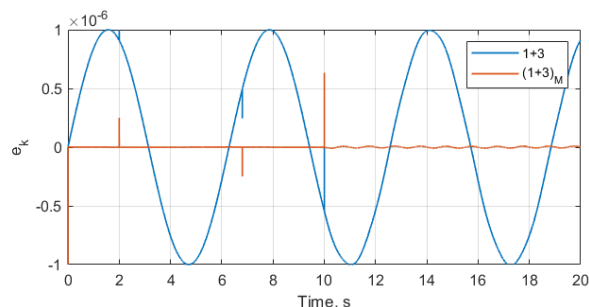
Sl. 15 Upravljanja za prethodnu sliku

Najzad, na Sl. 16 i Sl. 17 prikazani su simulacioni rezultati kombinovanog kompenzatora kada se na jedan ulaz estimatora Luenbergerovog tipa dovodi signal greške umesto izlaza sistema (Sl. 2, preklopnik u položaju 2). Uočava se da se postiže ekstremno visoka preciznost, uz napomenu da su simulacioni rezultati izvedeni na nominalnom objektu bez nemodelovane dinamike i bez prisustva mernih i drugih šumova, što zahteva naknadna istraživanja.

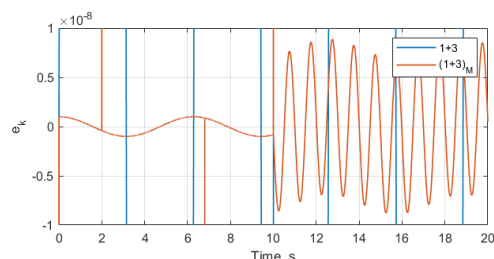
V. ZAKLJUČCI

U radu je razmatran problem poboljšanja robustnosti diskretnih sistema upravljanja sa KR primenom estimatora poremećaja Luenbergerovog tipa, estimatora poremećaja sa jednom periodom kašnjenja, baziran na nominalnom modelu objekta upravljanja, i kompenzatora zasnovanog na integralu signala klizne funkcije. Pokazano je da sva tri estimatora daju identične rezultate u potiskivanju poremećaja, a da se razlikuju u pogledu tačnosti praćenja složenih referentnih signala. Pokazano je da kompenzator na bazi klizne funkcije, pored toga što daje iste efekte u potiskivanju poremećaja, obezbeđuje i veću tačnost u praćenju referentnih signala. S obzirom da estimator Luenbergerovog tipa ne menja dinamiku polaznog sistema, predložena je kombinacija tog estimatora i estimatora na bazi klizne funkcije u cilju postizanja dobrih osobina u pogledu potiskivanja poremećaja i praćenja referentnih signala.

Premeštanjem ulaza u estimator Luenbergerovog tipa, sa izlaza objekta na signal greške sistema, estimatori postaju identični kako u odnosu na poremećaj tako i u odnosu na referencu. Rezultati teorijske analize su verifikovani simulacionim rezultatima. Dalja istraživanja zahtevaju praktičnu verifikaciju u realnim uslovima na laboratorijskom modelu sistema prvog reda gde treba ispitati uticaj mernih šumova i nemodelovane dinamike na predloženu kombinovanu estimaciju poremećaja i eventualno sintezu odgovarajućeg filtra za potiskivanje šumova, odnosno korekciju pojačanja regulatora u cilju eliminacije pojave treperenja. Osim toga, treba proveriti date zaključke u upravljanju objektima višeg reda.



Sl. 16 Signal greške pri istovremenom delovanju referentnog ulaza i poremećaja. 1+3 kao na Sl. 13; (1+3)_M kada se jedan ulaz Luenbergerovog opserversa premesti sa izlaza sistema na signal greške



Sl. 17 Zumirana prethodna slika

REFERENCE/LITERATURA

- [1] Emelyanov, S. V. (1957). A method to obtain complex control law by using only error signal or controlled variable and its derivative. *Automatic and Remote Control*, 18(10), 873-885.
- [2] Уткин, В. И. (1970). Скользящие режимы в системах с переменной структурой. *Автоматика - Теоретски прилог*, No 2.
- [3] X. Yu, Y. Feng, Z. Man, Terminal sliding mode – An Overview, *IEEE Open J. for Industrial Electronics Society*, 2021.
- [4] K. Abidi, J.-X. Xu, X. Yu, "On the discrete-time integral sliding mode control", *IEEE Trans. on Automatic Control*, 52 (4), 709-715, Apr. 2007.
- [5] Draženović, B., (1968) Invariance condition in the variable structure systems, Int. Symposium on System Control, Dubrovnik.
- [6] Slotine, J.J.E. (1984). Sliding controller design for non-linear systems, *International Journal of Control* 40 (2): 421-434.
- [7] Č. Milosavljević, General conditions for existence of a quasi-sliding mode on the switching hyperplane in discrete variable structure systems, *Automatic Remote Control* 46 (1985) 307-314
- [8] Bučevac, Z.M (1999) Discrete-time variable structure control systems - multivariable linear plant case, *Facta Universitatis Series: Mechanics, Automatic Control and Robotics* 2 (9), pp. 983 - 994.
- [9] W. Gao, Y. Yang, A. Homaifa, „Discrete-time variable structure systems“, *IEEE Trans. Ind. Electron.* 42, Apr. 1995, pp. 117-125.
- [10] Bartoszewicz, A., 1998, "Discrete time quasi-sliding mode control strategies," *IEEE Trans. on Industrial Electronics* 45 (4), 633-637.
- [11] Su, W.C., Drakunov, S.V. and Ozguner, U. (2000). An O(T²) boundary layer in sliding mode for sampled-data systems, *IEEE Transactions on Automatic Control* 45(3): 482-485.
- [12] Bartolini G, Ferrara A, Utkin VI (1995) Adaptive sliding mode control in discrete-time systems. *Automatica* 31:769-773
- [13] Golo, G. and Milosavljević, Č., (2000) Robust discrete-time chattering free sliding mode control. *Systems & Control Letters*, 41(1), pp. 19-28.
- [14] Golo, G., Schaft, A. and Milosavljević, Č. (2000). Discretization of control law for a class of variable structure control systems, *Technical Report 1551*, University of Twente, Enschede.
- [15] X. Yu, Y. Yang, L Xu, D. Ke, Z. Zhang and F. Wang, "Luenberger Disturbance Observer-Based Deadbeat Predictive Control for Interleaved Boost Converter", *Symmetry* 2022, 14, 924. <https://doi.org/10.3390/sym14050924>
- [16] A. Sabanović, K. Abidi, M. Ehtas, „A Study on High Accuracy Discrete-Time Sliding Mode Control”, *2006 12th International Power Electronics and Motion Control Conference*, Portoroz, Slovenia, 2006, pp. 355-360.
- [17] Milosavljević, Č., Peruničić-Draženović, B., Veselić, B. and Mitić, D. (2007). A new design of servomechanisms with digital sliding mode, *Electrical Engineering* 89 (3): 233-244.
- [18] B. Veselić, B. Peruničić, and Č. Milosavljević, "High-performance position control of induction motor using discrete-time sliding mode control," *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 11, pp. 3809-3817, Nov. 2008.
- [19] Lješnjanić, M., Peruničić, B., Milosavljević, Č. and Veselić, B. (2011). Disturbance compensation in digital sliding mode, *2011 IEEE EUROCON, International Conference on Computer as a Tool, Lisboa, Portugal*, pp. 1-4.
- [20] Milosavljević, Č., Peruničić-Draženović, B. and Veselić, B., (2012) Discrete-time velocity servo system design using sliding mode control approach with disturbance compensation. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 9(2), pp. 920-927.
- [21] O. Huber, V. Acary, B. Brogliato, S. Qu, X. Xia, J. Zhang (2014) Enhanced matching perturbation attenuation with discrete-time implementations of sliding-mode controllers, ECC - 13th European Control Conference, Jun 2014, Strasbourg, France.
- [22] S. Qu, X. Xia, J. Zhang (2014) Dynamics of Discrete-Time Sliding-Mode-Control Uncertain Systems With a Disturbance Compensator, *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 61, no. 7, pp. 3502-3510.
- [23] Draženović, B., Milosavljević, Č. and Veselić, B. (2013). Comprehensive approach to sliding mode design and analysis in linear systems, in B. Bandyopadhyay et al. (Eds), *Advances in Sliding Mode Control: Concept, Theory and Implementation*, Springer, Berlin/Heidelberg, pp. 1-19
- [24] Ackermann, J. and Utkin, V. (1998). Sliding mode control design based on Ackermann's formula, *IEEE Transactions on Automatic Control* 43 (2), 234-237.
- [25] L. Michel, M. Ghanes, F. Plestan, Y. Aoustin, J.-P. Barbot, Semi-Implicit Euler Discretization for Homogeneous Observer-based Control: one dimensional case Preprints of the 21st IFAC World Congress (Virtual) Berlin, Germany, July 12-17, 2020.

ABSTRACT

The paper compares three methods for estimation and compensation of disturbances in discrete-time systems with sliding mode (SM). The first method uses the Luenberger disturbance observer. The second one is based on the nominal model of the controlled plant, and the third one integrates the sliding variable. The aim of the paper is to demonstrate the equivalence of the described methods in application to discrete-time control systems with SM, under nominal conditions in case of a simple first-order control plant of the pure integrator type. A contribution of the paper is a modified disturbance estimator that combines the Luenberger estimator with an estimator based on the integral of the sliding variable. Theoretically derived results are illustrated by simulation examples.

DISTURBANCE ESTIMATION IN DISCRETE-TIME SLIDING MODE CONTROL SYSTEMS

Č. Milosavljević, B. Veselić, B. Peruničić-Draženović, S. Huseinbegović, A. Jovanović