

Diskretna realizacija supertvisting algoritma upravljanja promenljive strukture: eksplicitni ili semi-implicitni pristup?

Čedomir Milosavljević, Boban Veselić, *Senior Member, IEEE*, Milutin Petronijević, *Member, IEEE*,
Branislava Peruničić-Draženović, *Senior Member, IEEE*, Senad Huseinbegović, *Member, IEEE*

Apstrakt—U teoriji i praksi sistema automatskog upravljanja, objekti upravljanja se često identifikuju modelom čistog integratora. Visokokvalitetno, robusno upravljanje takvim objektima je izazovan problem. U ovom radu se, na osnovu teorije sistema promenljive strukture sa kliznim radnim režimom, prethodnih publikacija istraživača u svetu i istraživanja autora, predlaže eksplicitni diskretni regulator promenljive strukture sa kliznim radnim režimom i kompenzatorom poremećaja kao surogat analognog super-twisting regulatora. Data struktura ima primenu u egzaktnom diferencijatoru. Predloženim rešenjem postiže se snažna robusnost na poremećaje u kanalu upravljanja, eliminiše preskok i četering. U radu se analizira kompletna stabilnost sistema. Na osnovu računarske simulacije, daju se komparativni rezultati predloženog rešenja i poznatih (semi-)implicitnih realizacija, uvedenih za otklanjanje numeričkog četeringa.

Ključne reči—Sistemi upravljanja promenljive strukture, diskretni klizni režimi, četering, supertvisting algoritam.

I. UVOD

Sistemi upravljanja promenljive strukture (SUPS) sa kliznim režimom (KR), inicirani ruskim naučnikom S. V. Jemaljanim [1], dalje razvijani u njegovoj školi SUPS-a sa talentovanim istraživačima (Utkin, Korovin, Levantovski i dr.), i istraživačima ETF-a i Energoinvesta iz Sarajeva (Zimonjić [2], Draženović [3], Matić [4], Šabanović [5], Salihbegović [6]) postali su predmet intenzivnog istraživanja širom sveta. Do sredine druge polovine prošlog veka, istraživanja KR su se odvijala u vremenski kontinualnom domenu (KD). Radom Milosavljevića [7], iniciranim B. Matićem i B. Draženović, započela su istraživanja KR u vremenski diskretnom domenu (DD) da bi se intenzivirala širom sveta u prethodne tri decenije [8-10]. Treba notirati rad [11] i radove niške škole KR u DD [12-14]. Osnovni problem KR je problem pojave parazitnog treperenja, tzv. četeringa (engl.: chattering), u okolini oblasti klizanja. Naime, princip projektovanja KR se odvija u dve etape. U prvoj se definiše željena dinamika klizanja na željenoj površi u prostoru stanja sistema. U drugoj etapi nalazi se upravljanje koje će, za konačno vreme, dovesti stanje sistema u KR. Dakle, SUPS sa KR imaju dva tipa upravljanja: usrednjeno ili *ekvivalentno* [3], [15], koje definiše dinamiku klizanja, i *upravljanje doseganja* koje dovodi sistem u KR.

Time se proces upravljanja odvija u dve etape: *etapa doseganja* i *etapa KR*. Posebno treba istaći *invarijantnost sistema na poremećaje* koji deluju u kanalu upravljanja [3]. Proces projektovanja se pojednostavljuje, a red dinamike sistema se snižava za jedan, kod KR prvog reda (tzv. klasični KR), koji su dominirali do kraja prošlog veka. Radom [16] uvodi se pojam KR višeg reda (KRVR). Osnovna razlika između navedenih tipova KR je u sledećem: kod klasičnog KR prekidno upravljanje se javlja u prvom diferencijalu klizne funkcije, dok se kod KRVR prekidi javljaju u njenom $r + 1$ izvodu, gde je r red KR. Na taj način se u sistemu eliminiše ili značajno ublažuje četering. Međutim, u radu [17] je pokazano da se KRVR svode na teoriju klasičnih KR, jedino je kod tzv. *supertvisting algoritma* (STA), predloženog u radu Levanta [18], zaista ostvaren originalni KR drugog reda. Levant je na bazi STA razvio egzaktni diferencijator, a STA je postao veoma popularan u svetu, kako u KD tako i u DD.

Problem četeringa se javlja kod KR u DD i kao numerički četering. Predložene su metode za eliminaciju (ublažavanje) četeringa [11,12]. U [19] je razrađena *implicitna Ojlerova metoda* diskretizacije KR iz KD na osnovu *linearnog komplementarnog problema* (LKP). Ideja je potekla iz rada [20]. Dalji razvoj su ostvarili francuski istraživači: Akari, Bregliato, Plestan i dr. [21-23].

Nekoliko radova je posvećeno implicitnoj Ojlerovoj realizaciji STA na primeru Levantovog diferencijatora. Motiv i cilj ovog rada je dat u sledećem odeljku.

II. MOTIVACIJA

U istraživanjima i praksi SUPS sa KR, autori ovog rada najčešće koriste KR u DD i algoritam predložen u [12], koji je poboljšan kompenzatorom poremećaja na osnovu integrala klizne funkcije [24-26], jer KR u DD nemaju teorijsku invarijantnost kao u KD. Ta struktura upravljanja je bez četeringa (engl.: chattering-free) u nominalnim uslovima, a sa značajnom redukcijom u sistemu sa poremećajima. Osim toga, slična je strukturi upravljanja STA u KD. Ono što karakteriše originalno rešenje u KD je nelinearni PI regulator sa dve nelinearnosti (sl. 1.): proporcionalno, putem kvadratnog korena signala klizne funkcije i integralno, preko signum kola. Takva struktura je izabrana za KD, jer ostvaruje konačno vreme dolaska u KR, a integrator snažno filtrira prekidne signale, koji

Čedomir Milosavljević – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Istočnom Sarajevu, Istočno Sarajevo, Bosna i Hercegovina (e-mail: cedomir.milosavljevic@elfak.ni.ac.rs).

Boban Veselić i Milutin Petronijević – Elektronski fakultet, Univerzitet u Nišu, Niš, Srbija (e-mail: boban.veselic@elfak.ni.ac.rs, milutin.petronijevic@elfak.ni.ac.rs).

Branislava Peruničić-Draženović i Senad Huseinbegović – Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Sarajevu, Sarajevo, Bosna i Hercegovina (e-mail: brana_p@hotmail.com, shuseinbegovic@etf.unsa.ba).

se, u KD, odvijaju sa velikom frekvencijom (teorijski beskonačnom u nominalnim uslovima) pa sistem nema četering. Zadržavanje iste strukture u DD unosi problem numeričkog četeringa i u proporcionalnom kanalu, utoliko više ukoliko je niža frekvencija odabiranja. Pored toga, javlja se i problem prevelikih preskoka u uslovima ograničenja upravljačkog signala. U prethodnoj deceniji, problemima četeringa kod KR u DD posvećena je naročita pažnja primenom Ojlerove implicitne metode, prvi put značajnije razrađene u [19] primenom LKP, koju su dalje usavršavali istraživači iz Francuske [21-23]. S obzirom na složenost dobijanja implicitnog rešenja preko LKP, zbog nelinearnosti, predložene su metode semi-implicitne realizacije STA [22,27-28]. Naše realizacije KR sa kompenzatorom poremećaja su slične strukturi STA, a ne sadrže navedene nelinearnosti: kvadratni koren u proporcionalnom kanalu [14], a najčešće i signum funkciju ispred integratora. U ovom radu želimo da pokažemo da je naša struktura jednostavnija, a daje rezultate kao i navedeni (semi-)implicitni prilazi. Upoređenje će biti dato na sistemu za upravljanje čistim integratorom, što je bio i predmet istraživanja u radovima [22,27-28].

U osnovi, naš sistem je diskretni, jednostavan je i PI tipa. Njegovo projektovanje ćemo prikazati na osnovu klasične teorije sistema automatskog upravljanja u DD, a zatim dati i naš prilaz projektovanja preko teorije dedbit (DB) upravljanja i KR u DD.

III. PRELIMINARNE NAPOMENE

A. Kratak prikaz realizacije STA

Neka je objekat upravljanja čist integrator,

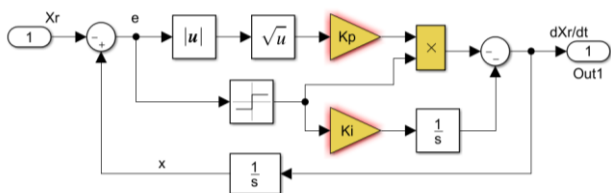
$$\dot{x}(t) = u(t) + d(t); x, u, d \in R, \quad (1)$$

gde je x - upravljana promenljiva, u - upravljanje, a d - nepoznati poremećaj sa ograničenom amplitudom i prvim izvodom. Regulator STA u KD definisan je relacijama [18]:

$$u(t) = -k_p |x(t)|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x(t)) + v(t), \quad (2a)$$

$$\dot{v}(t) = -k_i \text{sign}(x(t)). \quad (2b)$$

Na sl. 1. prikazana je šema sistema sa STA upravljanjem čistim integratorom u sistemu Levantovog egzaktnog diferencijatora.



Sl. 1. MATLAB/Simulink model originalnog STA diferencijatora.

Diskretna realizacija, primenom Ojlerove metode, daje:

$$u_k = -k_p |x_k|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(x_k) + v_k, \quad (3a)$$

$$v_k = v_{k-1} - T k_i \text{sign}(x_k). \quad (3b)$$

T je perioda odabiranja; $*$ označava $*$ ($t = kT$), $k = 0, 1, \dots$; k_p je proporcionalno pojačanje, k_i je integralno pojačanje, a

$$\text{sign}(x_k) = \begin{cases} \frac{x_k}{|x_k|} & \text{za } x_k \neq 0, \\ 0 & \text{za } x_k = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Upravljanje (3) se definiše kao implicitno ako se umesto (4) koristi [27]:

$$\text{sgn}(x_k) = \begin{cases} \frac{x_k}{|x_k|} & \text{za } x_k \neq 0, \\ [-1, 1] & \text{za } x_k = 0, \end{cases} \quad (5)$$

a x_k u (3) i (5) zamene sa x_{k+1} . Takođe, $\text{sgn}(x_k)$ poprima bilo koju vrednost u intervalu $[-1, 1]$ za $x_k = 0$. Vrednost x_{k+1} je teško dobiti za sistem sa poremećajima, pa se zamenjuje nominalnim sistemom [22]:

$$\tilde{x}_{k+1} = x_k + T u_k. \quad (6)$$

U radovima [27,28] $\tilde{x}_{k+1}$ je određeno iz:

$$\tilde{x}_{k+1} = x_k + T \tilde{u}_k, \quad (7a)$$

$$\tilde{u}_k = v_k - \left(k_p |\tilde{x}_{k+1}|^{\frac{1}{2}} + T k_i \right) \text{sgn}(\tilde{x}_{k+1}). \quad (7b)$$

Na osnovu ovih i drugih uprošćavanja, izvedeni su sledeći (semi-) implicitni algoritmi.

1) Algoritam [22]:

$$\text{Data: } x_k, v_k, T, k_p, k_i, a = T k_p, b_k = -x_k - T v_k \quad (8a)$$

$$\text{if } b_k < -k_i T^2 \text{ then } u_k = -k_p |\tilde{x}_{k+1}|^{\frac{1}{2}} + v_{k+1} \quad (8b)$$

$$v_{k+1} = v_k - k_i T, \quad (8c)$$

$$|\tilde{x}_{k+1}|^{\frac{1}{2}} = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4(b_k + k_i T^2)}}{2}, \quad (8d)$$

$$\text{else if } b_k \in [-k_i T^2, k_i T^2] \text{ then} \quad (8e)$$

$$u_k = v_{k+1} = -\frac{x_k}{T} \quad (8f)$$

$$\text{else if } b_k > k_i T^2 \text{ then } u_k = k_p |\tilde{x}_{k+1}|^{\frac{1}{2}} + v_{k+1} \quad (8g)$$

$$v_{k+1} = v_k + k_i T \quad (8h)$$

$$|\tilde{x}_{k+1}|^{\frac{1}{2}} = \frac{-a + \sqrt{a^2 + 4(b_k + k_i T^2)}}{2}, \text{ terminate.} \quad (8i)$$

2) Algoritam [27]:

$$v_{k+1} = v_k - T \frac{k_i}{D_k} \text{proj}_{C_k}(x_k) \quad (9a)$$

$$u_k = -(T^{-1} + T \frac{k_i}{D_k}) \text{proj}_{C_k}(x_k) + v_k, \quad (9b)$$

$$\text{proj}_{[A,B]}(x_k) = \begin{cases} B & \text{if } x_k > 0, \\ x_k & \text{if } x_k \in [A, B] \\ A & \text{if } x_k < 0 \end{cases} \quad (9c)$$

$$C_k = \begin{cases} [-D_{1k}, D_{1k}] & \text{if } x_k > D_{1k} \\ [-k_i T^2, k_i T^2] & \text{else} \end{cases} \quad (9d)$$

$$D_{1k} = k_p T |x_k|^{\frac{1}{2}} + k_i T^2. \quad (9e)$$

3) Algoritam [28]:

$$\text{If } x_k > D_{1k} \text{ then } D_k = D_{1k}, \text{ else } D_k = k_i T^2 \quad (10a)$$

$$u_k = -(T^{-1} + T \frac{k_i}{D_k}) \text{proj}_{C_k}(x_k) + v_k \quad (10b)$$

$$\text{If } |u_k| \leq U_0 \text{ then } v_{k+1} = v_k - T \frac{k_i}{D_k} \text{proj}_{C_k}(x_k) \quad (10c)$$

$$\text{else } u_k = \text{proj}_{[-U_0, U_0]}(u_k) \quad (10d)$$

$$v_{k+1} = v_k + \text{proj}_{[-k_p T, k_p T]}(u_k - v_k). \quad (10e)$$

U poslednjem algoritmu uzeto je u obzir i ograničenje upravljačkog signala (relacije (10c)-(10e)), što je u našim algoritmima uvek prisutno, a realizovano na jednostavniji način.

B. STA u DD na osnovu DB upravljanja

U konvencionalnoj teoriji upravljanja, jedna od jednostavnijih metoda je PI upravljanje, efektno korišćeno u mnogim slučajevima, a ovde u upravljanju čistim integratorom. Funkcija prenosa takvog sistema u DD, uz primenu kola zadržke nultog reda je:

$$W_{OL} = \frac{[(k_p + k_i)z - k_p]T}{(z-1)^2}, \quad (11)$$

gde su $z = e^{sT}$ i s kompleksne promenljive u DD i KD, respektivno.

Karakteristični polinom sistema (11) je

$$F(z) = z^2 - (2 - T(k_p + k_i))z + 1 - Tk_p, \quad (12)$$

gde su $k_p, k_i, T > 0$. Na osnovu Džurijevog testa stabilnosti [29], oblast stabilnosti u odnosu na parametre k_p, k_i i T je

$$k_i T < 2(2 - k_p T), \quad (13a)$$

$$k_i, k_p > 0. \quad (13b)$$

Primarni interes je ostvarivanje brze dinamike, velike tačnosti praćenja u prisustvu opterećenja. Dobro je poznato da sistem (11) prati konstantne i nagibne reference bez statičke greške, dok kod paraboličnih signala postoji konstantna greška, koja je utoliko manja ukoliko je statičko pojačanje veće. Što se tiče potiskivanja poremećaja na ulazu objekta, konstantni poremećaji se eliminišu u potpunosti, a nagibni umanjuju proporcionalno veličini pojačanja ispred dejstva poremećaja. To, u prvi plan, nameće primenu algoritama koji dozvoljavaju velika pojačanja k_p i k_i , u okviru uslova stabilnosti (13), kao što su kombinacija DB i KR. Odredićemo k_p i k_i najpre na osnovu DB metode, a zatim preko teorije KR u DD.

DB metoda zahteva da sve nule karakterističnog polinoma (12) budu u koordinatnom početku kompleksne z -ravni, što dovodi do izbora $k_p = k_i = T^{-1}$.

Sada ćemo do istog rezultata doći preko teorije KR u DD. Neka je dat nominalni objekat (1) u Ojlerovom obliku

$$x_{k+1} = x_k + Tu_k. \quad (14)$$

Bez uticaja na opštost, dalje ćemo pretpostaviti da je referentni signal jednak nuli. Tada je signal greške identičan izlaznom signalu objekta. Definišimo kliznu funkciju kao $s_k = x_k = 0$. Tada, primenom potrebnih i dovoljnih uslova nastanka KR u DD $s_{k+1} = 0, \forall s_k$, nalazi se upravljanje $u_k = u_{eq,k} = -T^{-1}x_k$, koje je istovremeno i DB upravljanje, jer je osnovni zahtev KR da jedan od polova sistema bude u nuli.

Posmatrajmo sada sistem na koji deluje poremećaj

$$x_{k+1} = x_k + Tu_k + Td_k, \quad (15)$$

¹ Osnovna razlika između prilaza u [9] i [12] je u korišćenju polaznih diskretnih modela upravljanog objekta i načinu primene teorije KR u DD. U prvom se koristi diskretni šift domen, a u drugom delta transformacija zasnovana na Ojlerovoj metodi. Ta metoda eksplicitno deli upravljanje na upravljanje dosezanja klizanja i ekvivalentno upravljanje, kojim se definiše željena dinamika KR i bliža je metodama realizacije KR u KD. S obzirom da

i zamenimo u (15) $u_k = u_{eq,k} = -T^{-1}x_k$, što kao rezultat daje $d_{k-1} = T^{-1}x_k$. Ovo ukazuje da se poremećaj detektuje u kliznoj funkciji sa korakom kašnjenja (otuda je poseban interes u primeni implicitne metode, jer se poremećaj direktno preslikava, bez kašnjenja, u x_{k+1}). Primenimo sada puno upravljanje u obliku

$$u_k = u_{eq,k} + u_{c,k}, \quad (16)$$

gde je $u_{c,k}$ kompenzaciono upravljanje koje ćemo odrediti. Zamenom (16) u (15) dobija se

$$d_{k-1} = T^{-1}x_k - u_{c,k-1}. \quad (17)$$

Najbolja kompenzacija poremećaja se postiže ako je

$$u_{c,k} = -d_{k-1} = -T^{-1}x_k + u_{c,k-1}, \quad (18)$$

ili u z -domenu

$$u_c(z) = -\frac{z}{T(z-1)}x(z). \quad (19)$$

Kompletno upravljanje (16), sa $u_{c,k}$ preuzetim iz (19) postaje PI DB upravljanje $k_p = k_i = T^{-1}$, a ujedno i upravljanje koje po definiciji ostvaruje KR drugog reda, što je i izvorna osobina originalnog STA u KD domenu [17].

Primedba: Dato integralno pojačanje $k_i = T^{-1}$ je dobijeno iz teorije KR u DD sa kompenzacijom poremećaja [25]. U praksi se može koristiti pojačanje $k_i \neq T^{-1}$ [26], u okviru uslova stabilnosti, što, pri $k_p = T^{-1}$, daje $0 < k_i < 2T^{-1}$, uz opasku da negativni polovi dovode do numeričkog čateringa.

Nažalost, ako postoji ograničenje u upravljačkom signalu, a u originalnoj varijanti STA u KD i bez toga, javljaju se veliki preskoci, ako se ne primene posebne *antivindap* tehnike. U narednom odeljku opisaćemo naš originalni pristup rešavanju problema preskoka i stabilnosti.

IV. PREDLOŽENI STA U DD

Algoritam koji smo razvili kombinuje originalni prilaz [12] koji je podvarijanta algoritma [9] uz originalni *antivindup* prilaz [30,14].¹

Poznato je da je upravljanje dosezanja KR obično veliko i neprihvatljivo u uslovima ograničenih resursa. U [9] i [12] ovo upravljanje je bez integralne komponente, a ograničava se unošenjem limitera. Integralna kompenzacija poremećaja, uz ograničenje upravljanja, dovodi do velikih preskoka. Taj problem je poznat iz klasične primene PI regulatora i rešavan je različitim *antivindap* tehnikama.

U radu predlažemo varijantu koja se izvrsno kombinuje sa algoritmom [12], jer obezbeđuje konačno vreme dolazka u KR, bez preskoka u nominalnom sistemu, a sa smanjenim preskokom u sistemu sa poremećajima.

Predložena struktura je opisana sledećim modelom:

$$u_k = \text{proj}_{[-U_0, U_0]}(u_{\Sigma,k}) = \begin{cases} U_0 \text{sgn}(u_{\Sigma,k}), & |u_{\Sigma,k}| > U_0 \\ u_{\Sigma,k}, & |u_{\Sigma,k}| \leq U_0 \end{cases} \quad (20a)$$

je u ovom radu upravljani objekat prvog reda sa polom u koordinatnom početku, što je uslov za projektovanje KR, ekvivalentno upravljanje je jednako nuli, a nađeno upravljanje $-T^{-1}x_k = -T^{-1}|x_k|\text{sign}(x_k)$ je upravljanje dosezanja klizne funkcije.

$$u_{\Sigma,k} = \begin{cases} u_{eq,k} & \text{za } \begin{cases} u_{\Sigma,k} > U_0 \\ u_{\Sigma,k} \leq U_0 \wedge p_k = "0" \end{cases} \\ u_{eq,k} + u_{i,k}^* & \text{za } u_{\Sigma,k} \leq U_0 \wedge p_k = "1" \end{cases} \quad (20b)$$

$$p_k = "1" \text{ za } u_{k-1} = u_{\Sigma,k-1}, \quad (20c)$$

$$u_{eq,k} = -T^{-1}x_k = -T^{-1}|x_k|\text{sign}(x_k), u_{i,k}^* \quad (20d)$$

$$u_{i,k}^* = \text{proj}_{[-U_0, U_0]}(u_{i,k}); u_{i,k} = u_{i,k-1} - k_i T x_k, \quad (20e)$$

$$u_{i,k} = 0 \text{ za } |x_{r,k} - x_{r,k-1}| \alpha > \beta = 0, \alpha, \beta > 0. \quad (25f)$$

Data struktura je jednostavnija za realizaciju od navedenih struktura (semi-)implicitne realizacije, a daje iste, pa i bolje rezultate od structure [28].

A. Analiza stabilnosti

Stabilnost sistema se analizira u tri faze. U prve dve se posmatra sistem bez integralnog dela upravljanja. Izdvajaju se dva slučaja. Prvi slučaj je kada sistem radi u linearnom režimu, van zasićenja, za male poremećaje, uključujući i poremećaje od referentne vrednosti i početnih uslova. Tada, nakon starta, sistem radi sa proporcionalnim DB upravljanjem, za jedan interval odabiranja (sistem je u posmatranom periodu prvog reda) dolazi u stanje $x = 0$, ako je bez poremećaja ili u poziciju $x = Td$, kada deluju poremećaji (što je manja perioda otabiranja, to je sistem bliže stanju ravnoteže). U drugom slučaju, početni uslovi dovode sistem u zasićenje. Tada je bitno odrediti pod kojim uslovom će on izaći iz tog stanja i ući u linearni režim rada. U tom slučaju upravljanje je, na osnovu (20a) i (20b), $u_k = -U_0 \text{sign}(x_k)$ što daje

$$x_{k+1} = x_k - TU_0 \text{sign}(x_k) + Td_k. \quad (21)$$

Tada je, na osnovu (20b) i (20d), $TU_0 \leq |x_k|$. Da bi sistem težio KR, mora biti ispunjen uslov $|x_{k+1}| < |x_k|$. Uočimo da x_k i upravljanje imaju suprotne znake. Izraz (21), za $x_k > 0$ postaje,

$$x_{k+1} = x_k - T(U_0 - d_k), \quad (22)$$

pa će uslov stabilnosti biti ispunjen ako je $|d_k| < U_0$.

Zaista, ako je $d_k > 0$, pošto je $U_0 > 0$ i $d_k < U_0$, $T(U_0 - d_k) < x_k$ i $|x_{k+1}| < |x_k|$.

U slučaju kada je $d_k < 0 \wedge |d_k| < U_0$, $T(U_0 - d_k) < 2TU_0 = \rho x_k$, $\rho < 2$. S toga je $|x_{k+1}| < |x_k|$ jer je $|1 - \rho| < 1$.

Na isti način se može pokazati i stabilnost u slučaju $x_k < 0$. Za stabilnost sistema sa proporcionalnim upravljanjem dovoljan uslov stabilnosti je $|d_k| < U_0$.

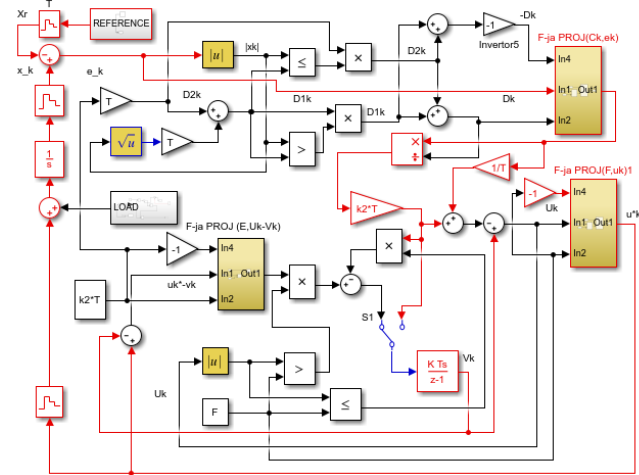
Nađen uslov stabilnosti $|d_k| < U_0$ važi samo u slučaju kada nije uključen kompenzator poremećaja (integralni kanal upravljanja). Sistem će, nakon konačnog vremena, izaći iz režima zasićenja. Taj moment se detektuje antivindap elementom, koji nakon jednog intervala odabiranja uključuje kompenzator poremećaja. Ako je sistem bez poremećaja, stanje sistema je $x_k = 0$, i na ulazu integratora biće nulti signal. U slučaju prisustva poremećaja, zbog kašnjenja u kompenzatoru poremećaja, i nemogućnosti da on kompenzuje poremećaje koji nisu konstantni u toku periode odabiranja, poremećaji neće biti u potpunosti kompenzovani, ali će biti oslabljeni, pa dati uslov stabilnosti ostaje u važnosti. Pošto ceo sistem sada radi u linearnom režimu, on ostaje stabilan sa zadatim dedbit

polovima.

V. POREĐENJE REALIZACIJA STA U DD

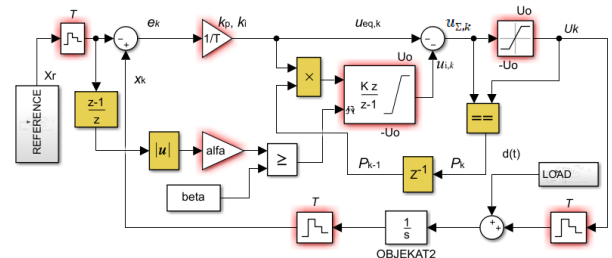
U ovom odeljku se vrši međusobno poređenje gore navedenih (semi-)implicitnih varijanti i predložene realizacije (20). Posebna pažnja biće posvećena algoritmu [28] koji je sa ograničenjem signala upravljanja, što je i naš slučaj. Uporedna analiza je izvršena na osnovu simulacije u MATLAB-Simulinku.

Na sl. 2. je dat Simulink model semi-implicitnog regulatora [28], čija osnova je preuzeta iz [27], gde nije tretiran *vindap problem*, kao i u algoritmu [22].

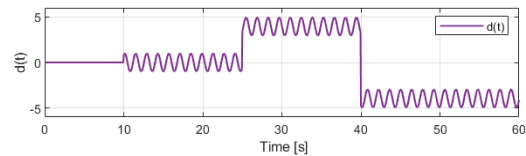


Sl. 2. MATLAB-Simulink model semi-implicitnog STA sistema [28] (Yang i dr.). Model [27] se dobija isključenjem antivindap elementa prekidačem S1.

Na sl. 3 dat je MATLAB - Simulink model predloženog eksplicitnog sistema.



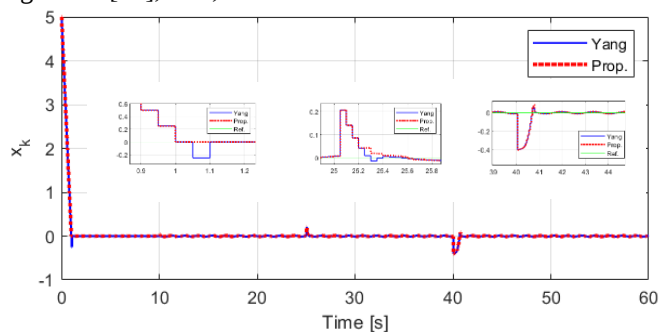
Sl. 3. MATLAB-Simulink model predloženog eksplicitnog STA u DD u kompletnom sistemu regulacije objekta funkcije prenosa 1/s. Šrafirani elementi služe za ublažavanje preskoka (antivindap).



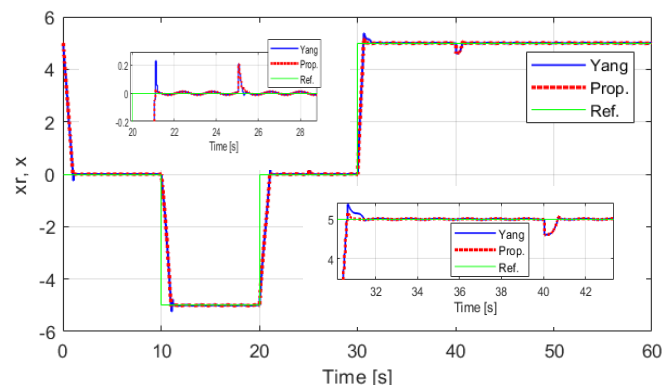
Sl. 4. Poremećaj (23) koji deluje na ulazu objekta.

Rezultati uporedne simulacije navedenih sistema dati su na sledećim slikama, a sistem je podvrgnut poremećaju (sl. 4): $d(t) = \sin(4.5t)h(t-10) + 3.95[h(t-25) - 2h(t-40)]$ (23) izabranim tako da je njegova amplituda (4,95) bliska granici linearne zone $U_0 = 5$; perioda odabiranja je $T = 0,05$ s. Parametri sistema [28] su: $k_p = 67,082$, $k_i = 2200$, a predloženog sistema $k_p = k_i = \frac{1}{T} = 20$.

Iz rezultata se jasno vidi da predloženi sistem ima isto ili gotovo isto ponašanje, a u nekim elementima (dosezanje i preskok) daje i bolje rezultate. Sa sl. 5 se jasno vidi da algoritam [28] ima preskok prilikom dosezanja zadate pozicije pod dejstvom poremećaja tipa početnog uslova, što kod predloženog sistema nije slučaj. U ostalim osobinama su ova dva algoritma veoma bliska za ovaj tip poremećaja. Slični zaključci se izводе i pri praćenju pravougaonih referenci (sl. 6 i 7). Istaknimo da se u linearnom režimu rada, kod sistema bez poremećaja, u predloženom sistemu ne javljaju preskoci, dok se kod algoritma [28] javljaju (sl. 8). Poseban problem je praćenje vremenski promenljivih referenci, kada se pojavljuje dodatna komponenta poremećaja (diferencijal referentce) koji nije moguće kompenzovati, ako sistem ulazi u granične režime (sl. 9). I u tom slučaju predloženi pristup daje iste rezultate kao algoritam [28], sl. 6, sl. 7 i sl. 9.



Sl. 5. Odzivi sistema sa algoritmom [28] i predloženog STA za početni uslov $x_0 = 5$ i poremećajem (23).



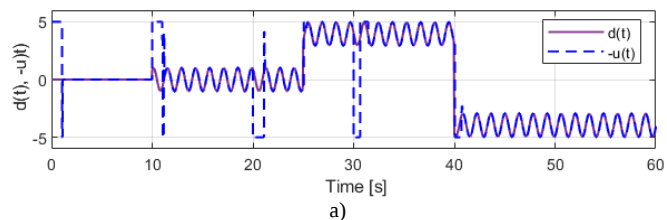
Sl. 6. Odziv sistema na povorku pravougaonih impulsa pri početnom uslovu $x_0 = 5$ i poremećaju (23).

ZAKLJUČAK

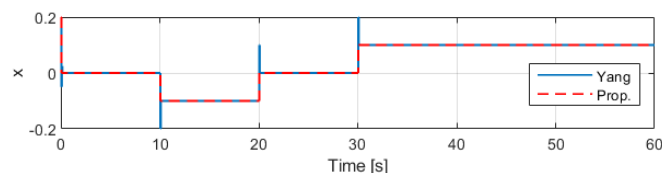
Razmatrane su realizacije upravljanja čistim integratorom primenom supertvisting algoritma u DD. Analizirana su dva načina diskretizacije primenom Ojlerove metode. Prva vrši diskretizaciju koristeći parametre originalnog algoritma u KD i (semi-)implicitnu metodu za eliminaciju numeričkog četeringa. Druga, koja je predložena u ovom radu, zasnovana je na projektovanju diskretnog kliznog režima u upravljanju integratorom kao sistemom prvog reda, uz primenu kompenzatora poremećaja na osnovu integrala klizne funkcije sistema. Predložena struktura sadrži i antivindap element za eliminaciju preskoka, nema numerički četering, kao i navedene implicitne metode.

Predloženi algoritam daje iste (i bolje) rezultate kao i [28] ali je realizacija predloženog rešenja jednostavnija.

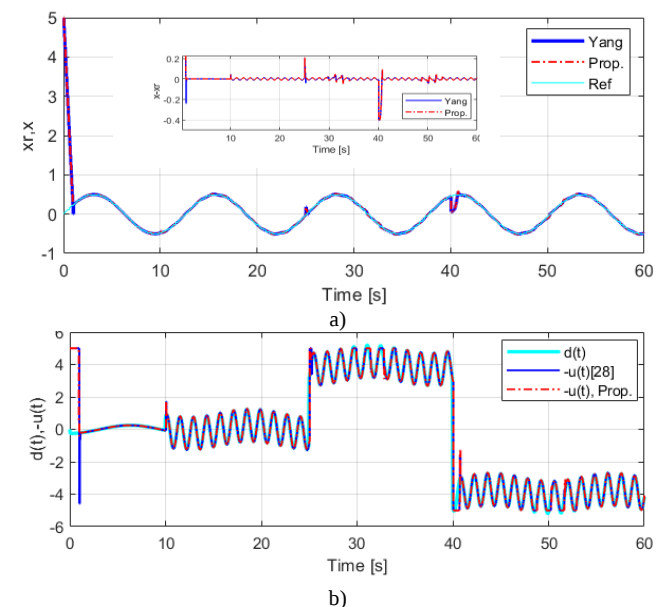
Dalja istraživanja biće sprovedena na nekom realnom sistemu, na primer, u regulaciji momenta električnog motora.



Sl. 7. Karakteristični signali sa sl. 6. Poremećaj na ulazu objekta i upravljanje sa suprotnim znakom; a) sistem [28]; b) predloženi sistem. Sa slika se vidi uspešnost kompenzacije poremećaja u režimu van zasićenja.



Sl. 8. Praćenje pravougaonih signala male amplitude bez poremećaja. Predloženi STA nema preskoke, dok algoritam [28] ima preskok 100%.



Sl. 9. Praćenje sinusoidalne reference $x_r = 0.5 \sin(0.5t)$ sa datim poremećajem i početnim uslovom $x_0 = 5$. Na slici (a) je data upravljana promenljiva i signal greške. Slika (b) prikazuje ukupan poremećaj (opterećenje plus diferencijal referentne vrednosti) i signali upravljanja sa negativnim znakom, čime se ilustruje efikasnost kompenzacije ukupnog poremećaja, što se bolje vidi na datim detaljima (c).

ZAHVALNICA

Ovaj rad je podržan od strane Ministarstva nauke, tehnološkog razvoja i inovacija Republike Srbije.

LITERATURA

- [1] С.В. Емельянов, "Способ получения сложных законов регулирования с использованием лишь сигнала ошибки или регулируемой координаты и ее первой производной", *Автоматика и телемеханика*, no 10, 873-885, 1957.
- [2] С. Зимонич, "Об одном подходе к задачам синтеза систем с переменной структурой", в сборнике: Петров, Б. Н., Емельянов, С. В. (1968) (Ред.), Системы с переменной структурой и их применение в задачах автоматизации полета, Наука, 81-83, 1968.
- [3] B. Draženović, "The invariance conditions in variable structure systems", *Automatica*, vol. 5, no. 3, pp. 287-295, 1969.
- [4] С.В. Емельянов, Б. Матич, Н.Е. Костылева, (1973, 1974) "Универсальная унифицированная система управления переменной структурой", *Приборы и системы управления*, No 12, No 1.
- [5] A. Šabanović, B. Izosimov, "Application of sliding modes to induction motor control", *IEEE Trans. Ind. Appl.* Vol. 17, no. 1, pp. 41-49, 1981.
- [6] A. Salihbegović, „Prilog analizi i sintezi diskretno realizovanih sistema sa prekidnim upravljanjem", doktorska disertacija, Elektrotehnički fakultet, Univerzitet u Sarajevu, 1985.
- [7] Č. Milosavljević, "General conditions for the existence of quasi-sliding mode on the switching hyper-plane in discrete variable structure systems", *Automatic and Remote Control*, vol. 46, no. 3, pp. 307-314, 1985.
- [8] W. Gao, Y. Wang, A. Homaifa, "Discrete-time variable structure control systems", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 42, no. 2, pp. 117-122, 1995.
- [9] G. Bartolini, A. Ferrara, V. Utkin, "Adaptive sliding mode control in discrete-time systems", *Automatica* vol. 31, no. 5, pp. 769-773, 1995.
- [10] A. Bartoszewicz, "Discrete-time quasi-sliding mode control strategies", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 45, no. 4, pp. 633-637, 1998.
- [11] Z. Bučevac, „Sinteza digitalno diskretnih sistema sa kliznim režimom", doktorska disertacija, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 1985.
- [12] G. Golo, Č. Milosavljević, "Robust discrete-time chattering free sliding mode control", *Syst. Contr. Letters*, vol. 41, no. 1, pp. 19-28, 2000.
- [13] B. Veselić, B. Peruničić, Č. Milosavljević, "High-performance position control of induction motor using discrete-time sliding-mode control", *IEEE Trans. Ind. Electron.*, vol. 55, no. 11, pp. 3809-3817, 2008.
- [14] B. Veselić, Č. Milosavljević, B. Peruničić-Draženović, S. Huseinbegović, M. Petronijević, "Discrete-time sliding mode control of linear systems with input saturation", *Intern. Journ. Applied Mathemat. Comput. Science*, vol. 30, no. 3, pp. 517-528, 2020.
- [15] B. И. Уткин, *Скользющие режимы и их применения в системах с переменной структурой*, Наука, 1974.
- [16] S.V. Emel'yanov, S.K. Korovin, L.V. Levantovskii, "Higher order sliding modes in the binary control systems", *Sov. Phys. Dokl.* Vol. 31, no. 4, pp. 291-293, 1986.
- [17] V.I. Utkin, "Discussion aspects of higher order sliding mode control", *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 61, no. 3, pp. 829-833, 2016.
- [18] A. Levant, "Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control", *Inter. Jour. Control*, vol. 58, no. 6, pp. 1247-1263, 1993.
- [19] G. Golo, A. Schaft, Č. Milosavljević, "Discretization of control law for a class of variable structure control systems", *Technical Report 1551*, University of Twente, Enschede, 2000.
- [20] S.V. Drakunov, V.I. Utkin, "On discrete-time sliding mode", *Proceedings of IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems Design, Capri, Italy*, pp. 484-489, 1989.
- [21] V. Acary, B. Brogliato, "Implicit Euler numerical scheme and chattering-free implementation of sliding mode systems," *Systems & Control Letters*, Vol. 59, no. 5, pp. 284 - 293, 2010.
- [22] B. Brogliato, A. Polyakov, D. Efimov, "The implicit discretization of the super-twisting sliding-mode control algorithm," *IEEE Trans. Autom. Contr.*, vol. 65, no. 8, pp. 3707-3713, 2020.
- [23] M. Loic, G. Malek, S. Franck, Y. Plestan, Jean-Pierre A. Barbot, "Semi-Implicit Euler Discretization for Homogeneous Observer-based control: one dimensional case", Preprints of the 21st IFAC World Congress (Virtual) Berlin, Germany, July 12-17, 2020.
- [24] Č. Milosavljević, B. Peruničić-Draženović, B. Veselić, D. Mitić, "A new design of servomechanisms with digital sliding mode", *Electrical Engineering*, vol. 89, no. 3, pp. 233-244, 2007.
- [25] M. Lješnjanić, B. Peruničić, Č. Milosavljević, B. Veselić, "Disturbance compensation in digital sliding mode", *IEEE EUROCON, International Conference on Computer as a Tool, Lisboa, Portugal*, 1-4, 2011.
- [26] Č. Milosavljević, B. Peruničić-Draženović, B. Veselić, "Discrete-time velocity servo system design using sliding mode control approach with disturbance compensation", *IEEE Trans. Ind. Inform.*, vol. 9, no. 2 pp. 920-927, 2013.
- [27] X. Xiong, G. Chen, Y. Lou, R. Huang, S. Kamal, "Discrete time implementation of super-twisting control with semi-implicit Euler method", *IEEE Trans. Circuits Systems II: Express Briefs*, vol. 69, no. 1, pp. 99-103, 2022.
- [28] X. Yang, X. Xiong, Z. Zou, Y. Lou, "Semi-Implicit Euler Digital Implementation of Conditioned Super-Twisting Algorithm with Actuation saturation", *IEEE Trans. Ind. Electr.*, 2022.
- [29] M. Stojić, Digitalni sistemi upravljanja, Nauka, 1990.
- [30] Č. Milosavljević, M. Petronijević, B. Veselić, B. Peruničić-Draženović, S. Huseinbegović, "Robust discrete-time quasi-sliding mode based on linear PI controller design for control of plants with input saturation", *Journal of Control Engineering and Applied Informatics*, vol. 21, no. 3, pp. 31-41. 2019.

ABSTRACT

In theory and practice of control systems, controlled plants can be frequently identified as a pure integrator. High quality robust control of such plants with disturbances is a challenging problem. In this paper, based on theory of variable structure systems (VSS) with sliding mode (SM), and contributions of many world-wide researchers as well as authors of this paper, a method for discrete-time SM controller design with disturbance compensator is proposed, as a surrogate to continuous-time super-twisting controller. The given structure can be used as an exact differentiator as well. The proposed system is robust, chattering-free, without overshoots. Overall system stability is analyzed. Using computer simulations, comparative analyses are given between the proposed solution and known semi-implicit realizations intended for numerical chattering elimination.

Discrete-Time Realization of Variable Structure Super-Twisting Control Algorithm: Explicit or Semi-Implicit approach?

Čedomir Milosavljević, Boban Veselić, Milutin Petronijević, Branislava Draženović, Senad Huseinbegović